

Matematika 9.
OH-MAT09TB
Tanmenetjavaslat



Bevezetés

A segédanyag *Az érthető matematika* tankönyvsorozat átdolgozott kiadásának első könyvéhez (Juhász – Orosz – Paróczay – Szászné: OH-MAT09TB) készült. A kilencedik osztályos tananyag egy lehetséges feldolgozását 102 órára (34 tanítási hét, heti 3 óra) készítettük el.

A tanmenetben szereplő óraszámok csak tervezett iránymutatók. Szakmai-módszertani okok vagy pedagógiai indokok alapján megváltoztatható pl. a gyakorló órák mennyisége, az egyes témakörök tanításának sorrendje vagy a feldolgozásukra szánt órakeret is.

A táblázat első oszlopában a tanítási óra sorszámát, a másodikban az óra anyagát (általában a megfelelő tankönyvi lecke címe) tüntettük fel, míg a harmadik oszlopban az órához kapcsolódó fontosabb fogalmak, tételek.

Általános elvként témakörönként néhány önálló gyakorló órát szúrtunk be, a javasolt témazáró dolgozatokat pedig igyekeztünk arányosan elhelyezni.

A tanmenetjavaslat elsősorban a középszintű érettségi vizsgához tartalmazza a tananyagot.

A tervezetünk csak alapot adó, iránymutató **javaslat**. A konkrét osztály összetételétől (a tanulók képességei, motiválási lehetőségek, az osztály irányultsága (reál, humán) függően bátran eltérhetünk az alábbi tanmenettől. Érdeklődőbb gyerekekkel az olvasmányokat is elemezhetjük (ezek egy részét a diákok akár önállóan is feldolgozhatják), erősebb csoportban egyes emelt szintű részeket is megemlíthetünk az órán. (Időt nyerhetünk például a dolgozatok megbeszélésekor vagy az év végi ismétlő feladatokra szánt idő csökkentésével.)

35, 36, 37 tanítási hét esetén rendre 105, 108, 111 tanítási órával számolhatunk. Ekkor az órátöbbleteteket több helyre is beszúrhatjuk: ez lehet valamelyik önálló gyakorló óra; nehezebb témaköröknél gyakorló órákat duplázhatunk; végül növelhetjük az év végi ismétlő órák számát is.

Ugyanakkor a tanmenetjavaslat heti 3-nál több óraszám esetén is alkalmazható, például a kiegészítő és emelt szintű részek arányos növelésével.

Óraszámok felosztása

Témák	Új tananyag feldolgozása (óraszám)	Képességfejlesztés, összefoglalás, gyakorlás, ellenőrzés (óraszám)	Teljes óraszám	Kerettantervi órakeret
I. Halmazok, kombinatorika	9	4	13	
II. Geometria I.	7	3	10	
III. Algebra	17	5	22	
IV. Függvények I.	8	4	12	
V. Statisztika, valószínűség számítás	4	3	7	
VI. Geometria II.	15	5	20	
VII. Egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenlet- rendszerek	9	4	13	
VIII. Függvények II.	0	2	2	

Az óra sor-száma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
I. Halmazok, kombinatorika				
1.	Számok és alakzatok	Négyzetgyök, irracionális számok		
2.	A számok áttekintése	Természetes, egész, racionális, irracionális és valós számok	Tizedes törtek átírása közönséges tört alakba és viszont	A számológép helyes használatának elsajátítása, például műveleti sorrend, zárójelek Írásban elvégzett műveletek ellenőrzése számológéppel
3.	Halmazok, részhalmazok	alaphalmaz, részhalmaz, üres halmaz, halmazok egyenlősége, Venn-diagram	Halmaz közös elem nélküli részhalmazokra bontása, példák ennek alkalmazására a matematikán belül, más tantárgyaknál és a mindennapi életben Halmaz megadása utasítással, elemek felsorolásával Halmazok közötti viszonyok ábrázolása, értelmezése	Hétköznapi életből, más tantárgyakból vagy a matematikából vett, konkrétan vagy digitálisan megjelenített alaphalmazból megadott tulajdonságokkal rendelkező elemek válogatása Konkrét részhalmaz esetén a részhalmaz képzési szempontjainak megállapítása
4.	Műveletek halmazokkal	halmazműveletek: unió, metszet, különbség, komplementer halmaz	Halmazok metszetének, uniójának, különbségének, komplementerének képzése, ábrázolása és értelmezése	A történelem, a művészetek, a tudományok, a sport neves személyiségeinek kitálalása különböző tulajdonságok alapján Barkochba játék
5.	Egyszerű összeszámlolási feladatok	párba állítás; $n!$; komplementer leszámlálás	Hétköznapi helyzetekhez kapcsolódó sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezéssel Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása matematikai problémákban Esetsztékválasztás és szorzási elv alkalmazása feladatok megoldásában	Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezett leszámlálással és a szorzási és/vagy esetsztékválasztási elv alkalmazásával Geometria eszközök használata kombinatorikai problémák megoldására
6.	Halmazok elemszáma	véges és végtelen halmaz; számosság	Két-három halmaz elemszámával kapcsolatos feladatok megoldása logikai szita segítségével Szemléletes kép végtelen halmazokról	A „végtelen szálloda” mint modell

Az óra sor-száma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
				Megszámlálhatóan végtelen számosságú halmazok elemei között egyértelmű hozzárendelés felfedeztetése, például a pozitív természetes számok halmazának számossága megegyezik a pozitív páros számok halmazának számosságával
7.	Ponthalmazok	Számegyenes, intervallumok, koordináta-rendszer	Racionális számok elhelyezkedése számegyenesen Nyílt és zárt intervallumok fogalmának ismerete és alkalmazása Számok abszolút értékének, ellentettjének és reciprokanak meghatározása	
8.	Nevezetes pontthalmazok	Szerkesztés; kör; felező merőleges, középpárhuzamos; szögfelezők	Két pont, pont és egyenes, két egyenes távolságának alkalmazása a síkban A szakaszfelező merőleges és a szögfelező mint pontthalmazok tulajdonságainak ismerete	Az osztályteremben vagy a terem környezetében „egyeneselek” kölcsönös helyzetének megadása, ezek távolságának megmérése
9.	Kombinatorikai alkalmazások, gráfok	gráf, gráf csúcsa, gráf éle	Összeszámlálási modellek alkalmazása feladatok megoldásában Gráfok alkalmazása konkrét hétköznapi és matematikai szituációk szemléltetésére, feladatok megoldására	Téves megoldású kombinatorikafeladatokban a hiba megtalálása és a tévedés kijavítása Sorba rendezési feladatok megoldásának szemléltetése gráffal Adott gráfhoz hozzáillő feladatszöveg alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában
10.	Halmazokról és számokról (összefoglalás, gyakorlás)	logikai szitaformula	Két-három halmaz elemszámával kapcsolatos feladatok megoldása logikai szita segítségével	
11.	Dolgozat			
12.	A dolgozat feladatainak megbeszélése, értékelés			
II. Geometria I.				

Az óra sor-száma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
	Beszédes ábrák			
	A geometriai szerkesztésekről (olvasmány)			
13.	Alapszerkesztések		Egyszerű szerkesztési feladatok megoldása hagyományos vagy digitális eszközzel; diszkusszió	
14.	A háromszögekre vonatkozó ismeretek	háromszög-egyenlőtlenség, szabályos háromszög, egyenlő szárú háromszög	A háromszögek csoportosítása oldalak és szögek szerint Az alapvető összefüggések ismerete és alkalmazása háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei között Speciális háromszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: szabályos, egyenlő szárú, derékszögű háromszög	
15.	Pitagorasz-tétel 1.	derékszögű háromszög	A Pitagorasz-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása A Pitagorasz-tétel bizonyítása	A derékszögű háromszög oldalaira szerkesztett négyzetek átdarabolása a Pitagorasz-tételnek megfelelő módon, pitagorasz-tangramok vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával
16.	Pitagorasz-tétel 2.		A Pitagorasz-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása	A derékszögű háromszög oldalaira szerkesztett négyzetek átdarabolása a Pitagorasz-tételnek megfelelő módon, pitagorasz-tangramok vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával
17.	A háromszögek nevezetes pontjai, vonalai I. 1.	oldalfelező merőleges	A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmak, tételek ismerete és alkalmazása: oldalfelező merőleges.	A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó tételek felfedeztetése szerkesztéssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával, páros vagy csoportmunkában
18.	A háromszögek nevezetes pontjai, vonalai I. 2.	szögfelező	Az oldalfelező merőlegesek és a belső szögfelezők metszéspontjára vonatkozó tétel bizonyítása	A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó tételek felfedeztetése

Az óra sor-száma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
				tése szerkesztéssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával, páros vagy csoportmunkában
	A háromszög területe és a háromszög oldalait érintő körök (olvasmány)			
19.	Négyszögek áttekintése, osztályozása	trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet	Speciális négyszögek (trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet) tulajdonságainak ismerete, területének kiszámítása	Különböző típusú speciális négyszögek területének meghatározására vonatkozó formula felfedeztetése átdarabolással
20.	A sokszögekről	konvex sokszög, szabályos sokszög	Konvex sokszögeknél az átlók számára, a belső és külső szögösszegre vonatkozó tételek ismerete, bizonyítása és alkalmazása	A belső és a külső szögösszegre vonatkozó tételek felfedeztetése, illusztrálása átdarabolással, hajtogatással vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével
21.	Összefoglalás, gyakorlás			
22.	Dolgozat			
23.	A dolgozat feladatainak megbeszélése, értékelés			
III. Algebra				
24.	Műveletek racionális számkörben - pozitív, negatív számok		Műveleti azonosságok (kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás), zárójelek helyes használata	A számológép helyes használatának elsajátítása, például műveleti sorrend, zárójelek Írásban elvégzett műveletek ellenőrzése számológéppel

Az óra sor-száma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
				Célszám megközelítése adott számjegyekkel, műveleti jelek és zárójelek használatával
25.	Összetett feladatok			
26.	Százalékszámítás	százalékalap, százaléérték, százalékláb	Százalékszámítással kapcsolatos hétköznapi helyzetekhez (például háztartási bevételekhez, kiadásokhoz, pénzügyi fogalmakhoz, gazdasági folyamatokhoz) és más tantárgyakhoz köthető feladatok megoldása	Összetett, valódi élethelyzetekkel kapcsolatos feladatok megoldása csoportmunkában, szükség esetén grafikon segítségével
27.	A hatványozás fogalma, azonosságai	hatványalap, hatványkitevő	Valós számok hatványozása pozitív egész kitevőre A hatványozás azonosságainak megfigyelése, felfedezése A hatványozás azonosságainak bizonyítása konkrét alapszám és tetszőleges pozitív egész kitevő esetén	Projektmunka: hányszor lehet félbehajítani egy nagyméretű papírt? Keresés az interneten, kísérlet végzése például egy teljes guriga vécepapírral
28.	A hatványozás kiterjesztése, a permanencia elv		Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre	
29.	Számok normál alakja	normálalak	Számok normálalakja Számolás normálalak segítségével	Internetes forrásból származó, nagyon kicsi vagy nagyon nagy számokat tartalmazó cikkek valóságtartalmának megállapítása páros vagy csoportmunkában
	A számológépek számábrázolása (olvasmány)			
30.	Számítások pontossága	kerekítés, hiba	Valós számok adott jegyre kerekítése Valós számok gyakorlati helyzetekben történő észszerű kerekítése	A tanteremben vagy a tanterem környezetében végzett mérések esetén a megfelelő kerekítés alkalmazása

Az óra sor-száma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
				Adott mérés elvégzése esetén a mérési hiba következményeinek vizsgálata
31.	Egy és többváltozós algebrai kifejezések, helyettesítési érték	helyettesítési érték	Műveletek egyszerű algebrai kifejezésekkel: összeadás, kivonás, szorzás, osztás, egytagú kifejezések hatványa	
32.	Egynemű kifejezések szorzása, összevonása, polinomok	összeg, tag, szorzat, tényező, egynemű kifejezés, együttható	Műveletek egyszerű algebrai kifejezésekkel: összeadás, kivonás, szorzás, osztás, egytagú kifejezések hatványa	„Gondolj egy számra, és én kitalálom” játék, matematikai bűvészlucikok algebrai magyarázata
33.	Polinomok fokszáma, egyenlősége, zérushelye	polinom fokszám, zérushely	Műveletek egyszerű algebrai kifejezésekkel: összeadás, kivonás, szorzás, osztás, egytagú kifejezések hatványa	
34.	Műveletek polinomokkal		Műveletek egyszerű algebrai kifejezésekkel: összeadás, kivonás, szorzás, osztás, egytagú kifejezések hatványa	Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek geometriai modellezése
35.	Nevezetes szorzatok		Az $(a + b)^2$, az $(a - b)^2$ és az $(a + b)(a - b)$ kifejezésekre vonatkozó nevezetes azonosságok ismerete és alkalmazása (például oszthatósági feladatokban, egyenletek megoldásában, függvények ábrázolásában)	A nevezetes azonosságok geometriai megjelenítése
36.	Nevezetes szorzatok		Az $(a + b)^2$, az $(a - b)^2$ és az $(a + b)(a - b)$ kifejezésekre vonatkozó nevezetes azonosságok ismerete és alkalmazása (például oszthatósági feladatokban, egyenletek megoldásában, függvények ábrázolásában)	A nevezetes azonosságok geometriai megjelenítése
37.	Az azonosságok alkalmazása		Algebrai kifejezések átalakítása összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával	

Az óra sor-száma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
38.	Polinomok szorzattá alakításának módszerei		Algebrai kifejezések átalakítása összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával	Számolási „trükkök” a nevezetes azonosságok segítségével, például kétjegyű számok négyzetének, $99 \cdot 101$ típusú szorzat eredményének kiszámolása fejben
39.	Szorzattá alakítás nevezetes szorzatok felhasználásával	teljes négyzet	Egyszerű másodfokú polinom átalakítása teljes négyzetté kiegészítéssel	
40.	Algebrai törtkifejezések egyszerűsítése			
41.	Algebrai törtkifejezések szorzása, osztása			
42.	Algebrai törtkifejezések összevonása, műveletek törtkifejezésekkel			
43.	Összefoglalás, gyakorlás			
44.	Dolgozat			
45.	A dolgozat feladatainak megbeszélése, értékelés			
IV. Függvények I.				

Az óra sor-száma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
46.	Bevezető feladatok a függvényekhez	egyenes arányosság, fordított arányosság	Az egyenes és a fordított arányosság fogalmának ismerete és alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során	Összetett, valódi élethelyzetekkel kapcsolatos feladatok megoldása csoportmunkában, szükség esetén grafikon segítségével
47.	Mi az a függvény?	egyértelmű hozzárendelés, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés, értelmezési tartomány, képhalmaz, értékkészlet, helyettesítési érték	Hétköznapi hozzárendelések megfigyelése, tulajdonságainak megfogalmazása: egyértelmű, kölcsönösen egyértelmű Függvény megadása, alapvető függvénytani fogalmak ismerete Függvényértékek meghatározása és táblázatba rendezése	Összetett, valódi helyzetekkel, például demográfiai kérdésekkel, pénzügyi feladatokkal kapcsolatos grafikonok elemzése csoportmunkában
48.	Ponthalmazok és függvények ábrázolása a koordináta-rendszerben	ponthalmaz egyenlete	Az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának felismerése és elkészítése Függvények ábrázolása táblázat alapján	
49.	Lineáris függvények	meredekség, tengelymetszet	Lineáris függvény grafikonja, tulajdonságai	Hétköznapi helyzetekben időben változó folyamatokkal kapcsolatos mérések végzése és a mért adatok ábrázolása koordináta-rendszerben (például hőmérséklet)
50.	Sorozatok			
51.	Az abszolútérték függvény		Elemi függvényekkel egyszerű függvénytranszformációs lépések végrehajtása: $f(x) + c$, $f(x + c)$, $c \cdot f(x)$, $ f(x) $	
52.	A másodfokú függvény		Másodfokú függvény grafikonja, tulajdonságai	A tanulók mindennapi életéhez kapcsolódó grafikonok ábrázolása és elemzése (például út-idő grafikon az iskolába való eljutásról)
53.	Racionális törtfüggvények		Fordított arányosságot leíró függvény grafikonja, tulajdonságai	Összetett, valódi élethelyzetekkel kapcsolatos feladatok megoldása csoportmunkában, szükség esetén grafikon segítségével

Az óra sor-száma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
	Az egész rész, tört rész és az előjel függvény (emelt szint, olvasmány)			
54.	Alkalmazások		Függvények alkalmazása valós, hétköznapi helyzetek jellemzésére, gyakorlati problémák megoldására	
55.	Összefoglalás, gyakorlás			
56.	Dolgozat			
57.	A dolgozat feladatainak megbeszélése, értékelés			
V. Statisztika, valószínűség számítás				
58.	Adatok és ábrázolásuk. A statisztika tárgya, feladata 1.	oszlopdiagram, kördiagram	Statisztikai adatok gyűjtésének tervezése Statisztikai adatok gyűjtése hagyományos és internetes forrásból Oszlop- és kördiagram értelmezése, valamint készítése hagyományos és digitális eszközzel	Adatgyűjtés megtervezése, például forgalom számlálás vagy iskolai felmérés előkészítése A megtervezett statisztikai adatgyűjtés lebonyolítása, az eredmények szemléltetése grafikonok segítségével, a kapott eredmények értékelő bemutatása tanulói kiselőadás formájában
59.	Középértékek 1.	átlag, medián, módusz	Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése középértékekkel hagyományos és digitális eszközzel	Különböző adatsokaságok esetében annak vizsgálata, hogy ezek jellemezhetők-e az ismert középértékekkel

Az óra sor-száma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
60.	Középértékek 2.		A kapott adatok értelmezése, értékelése, egyszerű statisztikai következtetések	Érvelés a tanuló saját érdemjegyei alapján különböző statisztikai jellemzők segítségével a kedvezőbb év végi jegyért
	A medián minimum-tulajdonságáról (olvasmány)			
61.	A valószínűségszámítás alapjai	valószínűségi kísérlet, elemi esemény, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség	Valószínűségi kísérletek elvégzése, gyakorisági, relatív gyakorisági táblázatok készítése A valószínűség fogalmának bevezetése statisztikai alapon	Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (például dobások szabályos dobókockákkal, pénzérmékkel); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; tippelés az egyes kimenetelekre és becslés a bekövetkezésük valószínűségére
62.	Összefoglalás, gyakorlás			
63.	Dolgozat			
64.	A dolgozat feladatainak megbeszélése, értékelés			
VI. Geometria II.				
65.	Geometriai transzformációk		Példák ismerete geometriai hozzárendelésekre (merőleges vetítés, párhuzamos vetítés, merőleges affinitás, térkép, fényképezés)	Gyakorlati példák keresése geometriai hozzárendelésekre, például fényképezés, filmvetítés
66.	Tengelyes tükrözés	tengelyes tükrözés	A tengelyes tükrözés ismerete, tulajdonságai	A tengelyes vagy középpontos szimmetriára alapozó stratégiai játékok (például pénzforogató, színezős) páros munkában

Az óra sor-száma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
67.	Thalesz-tétel 1.		A Thalész-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása A Thalész-tétel bizonyítása	A Thalész-tétel felfedeztetése szerkesztéssel, szögméréssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával
68.	Thalesz-tétel 2.		A Thalész-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása	
69.	Középpontos tükrözés	középpontos tükrözés	A középpontos tükrözés ismerete, tulajdonságai	A középpontos tükrözés bemutatása mint két tengelyes tükrözés egymásutánja
70.	Középvonalak	középvonal	A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmak, tételek ismerete és alkalmazása: középvonal	A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó tételek felfedeztetése szerkesztéssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával, páros vagy csoportmunkában
71.	A háromszögek nevezetes pontjai, vonalai II. 1.	magasságvonal	A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmak, tételek ismerete és alkalmazása: magasságvonal	A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó tételek felfedeztetése szerkesztéssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával, páros vagy csoportmunkában
72.	A háromszögek nevezetes pontjai, vonalai II. 2.	súlyvonal	A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmak, tételek ismerete és alkalmazása: súlyvonal	A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó tételek felfedeztetése szerkesztéssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával, páros vagy csoportmunkában
73.	A pont körüli elforgatás származtatása és tulajdonságai	pont körüli elforgatás	A pont körüli forgatás ismerete, tulajdonságai	A pont körüli forgatás bemutatása mint két tengelyes tükrözés egymásutánja
74.	A középponti szög és a hozzá tartozó körív	középponti szög, körív	Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával	Annak felfedeztetése méréssel, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával; különböző méretű körök esetén a kapott adatok táblázatba foglalása

Az óra sor-száma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
75.	A körív hossza, a körcikk területe	körcikk	Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körcikk területével	
76.	Eltolás		A párhuzamos eltolás ismerete, tulajdonságai	A párhuzamos eltolás bemutatása mint két tengelyes tükrözés egymásutánja
77.	A vektor fogalma	vektor	A vektor fogalmának kialakítása a párhuzamos eltolás segítségével	
78.	Vektorok összegzése	vektorok összege	A vektor fogalmának kialakítása a párhuzamos eltolás segítségével	
79.	Két vektor különbsége	vektorok különbsége		
80.	Egybevágóság	egybevágóság	Egybevágó alakzatok, szimmetriák megfigyelése a környezetben, művészeti alkotásokban	A sík parkettázása egybevágó háromszögekkel, négyszögekkel papírsablonok vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével
81.	Geometriai transzformációk egymás utáni végrehajtása		Egybevágósági transzformációk egymás utáni végrehajtása	M. C. Escher és Victor Vasarely néhány interneten is elérhető alkotásának elemzése a szimmetriák szempontjából; hasonló módszerrel képek alkotása
82.	Összefoglalás, gyakorlás			
83.	Dolgozat			
84.	A dolgozat feladatainak megbeszélése, értékelés			

Az óra sor-száma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
VII. Egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek				
85.	Az egyenlet, egyenlőtlenség fogalma	alaphalmaz, megoldáshalmaz	Elsőfokú egyenletre, egyenlőtlenségre, egyenletrendszerre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése Alaphalmaz, megoldáshalmaz fogalmának ismerete	Hiányos, túlhatározott, illetve ellentmondó adatokat tartalmazó problémák vizsgálata
86.	Egyenlet, egyenlőtlenség megoldási módszerek		A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása A kiválasztott modellben a probléma megoldása	Szöveges feladatok megoldása több különböző úton, a különböző megoldások összehasonlítása előnyök és hátrányok szempontjából
87.	A legáltalánosabb módszer: a mérlegelv	mérlegelv	Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása mérlegelvével és grafikusán	Hiányos, túlhatározott, illetve ellentmondó adatokat tartalmazó problémák vizsgálata
88.	Egyenlet megoldása szorzattá alakítással			Nyílt végű problémák megoldása
89.	Egyenlőtlenség megoldása		Egyismeretlenes elsőfokú egyenlőtlenség megoldása mérlegelvével és grafikusán	Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek és egyenletrendszerek grafikus megoldása során; a digitális eszközzel történő ábrázolás előnyeinek és hátrányainak megbeszélése
90.	Egyenlőtlenség megoldása szorzattá alakítással			

Az óra sor-száma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
91.	Abszolútértéket tartalmazó egyenletek, egyenlőtlenségek			Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek és egyenletrendszerek grafikus megoldása során; a digitális eszközzel történő ábrázolás előnyeinek és hátrányainak megbeszélése
	Paraméteres egyenletek, egyenlőtlenségek (emelt szint)			
92.	Elsőfokú egyenletrendszerek		Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása behelyettesítéssel, közös együtthatók módszerével, grafikusan	Adott egyenlethez szöveges feladat alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában
93.	Elsőfokú egyenletrendszerek		Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása behelyettesítéssel, közös együtthatók módszerével, grafikusan	
94.	Szöveges feladatok, gyakorlati alkalmazások 1.		Elsőfokú egyenlettel, egyenlőtlenséggel, egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok megoldása (például út-idő-sebesség, közös munkavégzés, keverékes feladatok, pénzügyi és gazdasági tematikájú feladatok)	Szöveges feladatok megoldása több különböző úton, a különböző megoldások összehasonlítása előnyök és hátrányok szempontjából
95.	Gyakorlati alkalmazások 2. (összefoglalás, gyakorlás)		Elsőfokú egyenlettel, egyenlőtlenséggel, egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok megoldása (például út-idő-sebesség, közös munkavégzés, keverékes feladatok, pénzügyi és gazdasági tematikájú feladatok)	Adott egyenlethez szöveges feladat alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában
96.	Dolgozat			
97.	A dolgozat feladatainak megbeszélése, értékelés			

Az óra sor-száma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
VIII. Függvények II.				
98.	Egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása függvénygrafikon segítségével		Egyszerű függvények esetén az $f(x) = c$ alapján x meghatározása és ennek alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során	Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek és egyenletrendszerek grafikus megoldása során; a digitális eszközzel történő ábrázolás előnyeinek és hátrányainak megbeszélése
	Függvénytranszformációk (olvasmány)			
99.	Alkalmazások (modellalkotás, függvények felállítása)			
100.	Év végi ismétlés			
101.	Év végi ismétlés			
102.	Év végi ismétlés			

Matematika 10. tankönyv
OH-MAT10TB
Tanmenetjavaslat



Bevezetés

A segédanyag *Az érthető matematika* tankönyvsorozat átdolgozott kiadásának második könyvéhez (Juhász – Orosz – Paróczay – Szászné: OH-MAT10TB) készült. A tizedik osztályos tananyag egy lehetséges feldolgozását 102 órára (34 tanítási hét, heti 3 óra) készítettük el.

A tanmenetben szereplő óraszámok csak tervezett iránymutatók. Szakmai-módszertani okok vagy pedagógiai indokok alapján megváltoztatható pl. a gyakorlóórák mennyisége, az egyes témakörök tanításának sorrendje vagy a feldolgozásukra szánt órakeret is.

A táblázat első oszlopában a tanítási óra sorszámát, a másodikban az óra anyagát (általában a megfelelő tankönyvi lecke címe) tüntettük fel, míg a harmadik oszlopban az órához kapcsolódó fontosabb fogalmak, tételek szerepelnek.

Általános elvként témakörönként néhány önálló gyakorlóórát szűrtünk be, a javasolt témazáró dolgozatokat pedig igyekeztünk arányosan elhelyezni.

A tanmenetjavaslat a középszintű érettségi vizsga anyagán túl tartalmazza a kiegészítő és emelt szintű tananyagrészeket is.

A tervezetünk csak alapot adó, iránymutató **javaslat**. A konkrét osztály összetételétől (a tanulók képességei, motiválási lehetőségek, az osztály irányultsága (reál, humán) függően bátran eltérhetünk az alábbi tanmenettől. Érdeklődőbb gyerekekkel az olvasmányokat is részletesen elemezhetjük (ezek egy részét a diákok akár önállóan is feldolgozhatják), erősebb csoportban pedig az emelt szintű részeket is tárgyalhatjuk az órán. (Egy-egy témakör mélyebb feldolgozásához időt nyerhetünk például a dolgozatok megbeszélésekor vagy az év végi ismétlő feladatokra szánt idő csökkentésével, esetleg a gyakorlóórák átcsoportosításával.)

35, 36, 37 tanítási hét esetén rendre 105, 108, 111 tanítási órával számolhatunk. Ekkor az órátöbbleteteket több helyre is beszúrhatjuk: ez lehet valamelyik önálló gyakorlóóra; nehezebb témaköröknél gyakorlóórákat duplázhatunk; végül növelhetjük az év végi ismétlő órák számát is. Ugyanakkor a tanmenetjavaslat heti 3-nál több óraszám esetén is alkalmazható, például a kiegészítő és emelt szintű részek arányos növelésével.

Óraszámok felosztása

Témák	Új tananyag feldolgozása (óraszám)	Képességfejlesztés, összefoglalás, gyakorlás, ellenőrzés (óraszám)	Teljes óraszám
I. Halmazok, kombinatorika	8	5	13
II. Algebra I. (négyzetgyök)	7	4	11
III. Algebra II. (másodfokú kifejezések)	23	10	33
IV. Geometria I. (hasonlóság)	8	6	14
V. Valószínűségszámítás, statisztika	11	6	17
VI. Geometria II. (kerületi szögek)	6	2	8
VII. Matematikai logika	4	1	5
VIII. Év végi ismétlés	4	0	4

Az óra sorszáma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
I. Halmazok, kombinatorika				
1.	Ismétlő feladatok			
2.	Vegyes kombinatorikai feladatok	Algoritmusok, invariáns tulajdonság (módszer), szimmetria	Hétköznapi helyzetekhez kapcsolódó sorbarendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezéssel	Sorbarendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezett leszámplálással és a szorzási és/vagy esetszétválasztási elv alkalmazásával
3.	A skatulyaelv	Skatulyaelv alakjai	Feladatok megoldása logikai szita segítségével	
4.	Sorbarendezési problémák	Sorbarendezési feladatok (permutációk, variációk)	Sorbarendezési feladatok megoldása matematikai problémákban Esetszétválasztás és szorzási elv alkalmazása feladatok megoldásában Összeszámlálási modellek alkalmazása feladatok megoldásában	Sorbarendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezett leszámplálással és a szorzási és/vagy esetszétválasztási elv alkalmazásával Geometria eszközök használata kombinatorikai problémák megoldására Szorzat vagy összeg alakban megadott eredményű kombinatorikafeladatokhoz saját szöveg írása
5.	Kiválasztási problémák	Kombinációk, részhalmazok száma	Kiválasztási feladatok megoldása matematikai problémákban	Néhány feltételt tartalmazó tanulói órarend készítése kis elemszámmal Azonos modellen alapuló, de különböző megfogalmazású feladatok megoldása Téves megoldású kombinatorikafeladatokban a hiba megtalálása és a tévedés kijavítása
6.	<i>Gyakorlás</i>			
7.	Játékok, gráfok	Játékok elemzése, gráfelméleti alapfogalmak	Gráfok alkalmazása konkrét hétköznapi és matematikai szituációk szemléltetésére, feladatok megoldására Stratégiai és logikai játékok	Adott gráfhoz hozzáillő feladatszöveg alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában

Az óra sorszáma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
				Sorbarendezési feladatok megoldásának szemléltetése gráffal Stratégiai játékok, például egyszerű NIM játékok, táblás játékok
8.	Egy kis logika	Információk feldolgozása	Állítás logikai értékének megállapítása (igaz vagy hamis)	„Bíróági tárgyalás”, ahol az osztály tanulói a védők és a vádlók egy állítás indoklására, cáfolására „Mit állít a szigetlakó?”, „Ki volt a tettes, ha...?” típusú feladatok eljátszása, megoldása csoportmunkában
9.	Matematikai állítások	Állítások, tagadásuk, szükséges és elégséges feltételek	A matematikai bizonyítás fogalma Állítás tagadásának alkalmazása egyszerű feladatokban A „minden” és a „van olyan” típusú állítások logikai értékének megállapítása és ennek indoklása egyszerű esetekben Adott állítás megfordításának megfogalmazása	Logikai készséget fejlesztő játékok, például „Einstein-fejtörő” Tudatos pénzügyi tervezést segítő játékok
10.	<i>Gyakorlás</i>			
11.	<i>Összefoglalás</i>			
12.	<i>1. dolgozat</i>			
13.	<i>A dolgozat feladatainak a megbeszélése</i>			
II. Algebra I.				
14.	A számok négyzetgyöke	Négyzetgyök definíciója	A négyzetgyök definíciója Nemnegatív számok négyzetgyökének megadása számológép segítségével	
15.	A négyzetgyökvonás azonosságai	A négyzetgyökvonás azonosságai	A négyzetgyökvonás azonosságai	
16.	A négyzetgyökvonás azonosságainak alkalmazása I.	A négyzetgyökvonás azonosságainak alkalmazása (műveletek, alaphalmaz)		

Az óra sorszáma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
17.	A négyzetgyökvonás azonosságainak alkalmazása II.	Bevitel a gyökjel alá, kihozzatal a gyökjel alól, gyökte-lenítés	Valós számok adott jegyre kerekítése	
18.	<i>Gyakorlás</i>			
19.	Irracionális számok	Irracionális számok, műveleti tulajdonságok	Tizedes törtek átírása közös nevezőre tört alakba és viszont Irracionális számok szemléltetése Racionális számok elhelyezkedése számegyenesen	Célszám megközelítése adott számjegyekkel műveleti jelek és zárójelek használatával Tanulói kiselőadás a helyi értékes számírás kialakulásáról, a számjegyek kialakulásának történetéről
20.	A négyzetgyökfüggvény	Négyzetgyökfüggvény, transzformációi	Függvények alkalmazása valós, hétköznapi helyzetek jellemzésére, gyakorlati problémák megoldására A négyzetgyökfüggvény grafikonja, tulajdonságai Egyszerű függvénytranszformációs lépések végrehajtása: $f(x) + c$, $f(x + c)$, $c \cdot f(x)$, $ f(x) $ Négyzetgyökfüggvény esetén az $f(x) = c$ alapján x meghatározása és ennek alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során	Függvények ábrázolása digitális eszköz segítségével Szöveges feladatok megoldása grafikus úton
21.	Az inverz függvény fogalma	Inverz függvény, egyszerűbb esetek		
22.	<i>Összefoglalás, gyakorlás</i>			
23.	<i>2. dolgozat</i>			
24.	<i>A dolgozat feladatainak a megbeszélése</i>			
III. Algebra II.				
25.	Másodfokú egyenletek megoldása szorzattá alakítással	Csoportosítás módszere; gyöktényezős alak	Az $(a + b)^2$, az $(a - b)^2$ és az $(a + b)(a - b)$ kifejezésekre vonatkozó nevezetes azonosságok ismerete és alkalmazása (például	Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek geometriai modellezése A nevezetes azonosságok geometriai megjelenítése

Az óra sorszáma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
			oszthatósági feladatokban, egyenletek megoldásában, függvények ábrázolásában) Algebrai kifejezések átalakítása összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával	Számolási „trükkök” a nevezetes azonosságok segítségével, például kétjegyű számok négyzetének, $99 \cdot 101$ típusú szorzat eredményének kiszámolása fejben
26.	Másodfokú egyenletek megoldása teljes négyzetté kiegészítéssel	Teljes négyzetté kiegészítés	Egyszerű másodfokú polinom átalakítása teljes négyzetté kiegészítéssel	
27.	A másodfokú egyenlet megoldóképlete	Egyenletmegoldás lépései; diszkrimináns, megoldóképlet	Másodfokú egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása	
28.	Az egyenletmegoldás gyakorlása		A kiválasztott modellben a probléma megoldása A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve	Másodfokú egyenlet megoldása konkrét együtthatókkal és paraméterekkel, a lépéseket párhuzamosan végezve Szöveges feladatok megoldása grafikus úton
29.	Nem kell mindig megoldóképlet!	Speciális másodfokú egyenletek megoldása		
30.	A másodfokú függvények és másodfokú egyenletek kapcsolata	Másodfokú függvény, transzformációs alak, diszkrimináns	Egyenletek megoldása ekvivalens átalakításokkal Másodfokú egyenlet megoldása szorzattá alakítással, teljes négyzetté kiegészítéssel, megoldóképlettel és grafikusan	Függvények ábrázolása digitális eszköz segítségével

Az óra sorszáma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
			Függvények alkalmazása valós, hétköznapi helyzetek jellemzésére, gyakorlati problémák megoldására A másodfokú függvény grafikonja, tulajdonságai Egyszerű függvénytranszformációs lépések végrehajtása: $f(x) + c$, $f(x + c)$, $c \cdot f(x)$, $ f(x) $ Másodfokú függvények esetén az $f(x) = c$ alapján x meghatározása és ennek alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során	
31.	Gyakorlás		Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok megoldása	
32.	Másodfokú egyenlőtlenségek I.	Másodfokú egyenlőtlenségek megoldása grafikus módszerrel	Másodfokú egyenlőtlenség megoldása grafikusan	Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek grafikus megoldása során
33.	Másodfokú egyenlőtlenségek II. (emelt szint)	Másodfokú egyenlőtlenségek megoldása algebrai módszerrel		
34.	Másodfokúra visszavezethető egyenletek	Helyettesítés módszere	Egyszerű másodfokúra visszavezethető egyenletek megoldása	
35.	Másodfokúra visszavezethető egyenletek, egyenlőtlenségek (kiegészítő anyag)	Szimmetrikus egyenlet, reciprokok egyenlet	$\sqrt{x + c} = ax + b$	
36.	Gyakorlás			
37.	Összefoglalás			
38.	3. dolgozat			
39.	A dolgozat feladatainak a megbeszélése			
40.	Gyökök és együtthatók közötti összefüggések (emelt szint)	Viète-formulák		

Az óra sorszáma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
41.	Viète-formulák használata feladatmegoldásokban (emelt szint)	Gyökökben szimmetrikus kifejezések		
42.	Paraméteres egyenletek (emelt szint)	Megoldhatósági feltétel, gyökök előjele		
43.	Paraméteres egyenlőtlenségek (emelt szint)			
44.	Szöveges, gyakorlati feladatok I.	Másodfokú kifejezések alkalmazása (vegyes feladatok)	Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok megoldása Számológéppel elvégzett számítások eredményének előzetes becslése és nagyságrendi ellenőrzése	
45.	Szöveges, gyakorlati feladatok II.		Valós számok gyakorlati helyzetekben történő észszerű kerekítése	
46.	Másodfokú egyenletrendszerek (emelt szint)	Másodfokú egyenletrendszerek megoldási módszerei		
47.	<i>Gyakorlás</i>			
48.	Diofantoszi egyenletek (olvasmány)	Egyenletmegoldási módszerek az egész számok halmazán		
49.	Szélsőérték-problémák, nevezetes közepek	Hatványközepek, nagyságrendi viszonyaik		Egyszerű, másodfokú függvénnyel jellemezhető, gyakorlati helyzethez köthető szélsőérték-feladatok megoldása csoportmunkában, például adott hosszúságú, spárgával bekeríthető maximális területű téglalap adatainak mérése, megfigyelése
50.	Négyzetgyökös egyenletek I	Négyzetgyökös egyenletek megoldási módszerei	$\sqrt{x+c} = ax+b$	
51.	Négyzetgyökös egyenletek II (emelt szint)	Többlépcsős négyzetgyökös egyenletek; az alaphalmaz szerepe		

Az óra sorszáma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
52.	Négyzetgyökös egyenlőtlenségek (emelt szint)	Nehezebb négyzetgyökös egyenlőtlenségek; az értelmezési tartomány és az értékkészlet szerepe		
53.	Magasabb fokú egyenletek megoldása (olvasmány) (emelt szint)			Tanulói kiselőadás tartása magasabb fokú egyenletek megoldásának történetéről, érdekességeiről Algebrai úton nem vagy nehezen megoldható egyenletek közelítő megoldása grafikus úton digitális eszköz segítségével
54.	<i>Gyakorlás</i>			
55.	<i>Összefoglalás</i>			
56.	<i>4. dolgozat</i>			
57.	<i>A dolgozat feladatainak a megbeszélése</i>			
IV. Geometria I.				
58.	A geometriai transzformációk	Geometriai transzformációk fogalma	Dinamikus geometriai szoftver alkalmazásának előkészítése, használata Alapszerkesztések végrehajtása hagyományos vagy digitális eszközzel euklideszi módon Példák ismerete geometriai hozzárendelésekre (merőleges vetítés, párhuzamos vetítés, merőleges affinitás, térkép, fényképezés)	Számszerű adatként csak a méretarányt tartalmazó térkép alapján valódi távolságok meghatározása, becslése Gyakorlati példák keresése geometriai hozzárendelésekre, például fényképezés, filmvetítés
59.	Középpontos nagyítás és kicsinyítés, középpontos hasonlósági transzformáció	Nagyítás, kicsinyítés, középpontos hasonlósági transzformáció fogalma Negyedik arányos szerkesztése	Egyszerű szerkesztési feladatok megoldása hagyományos vagy digitális eszközzel; diszkusszió A középpontos hasonlósági transzformáció és a hasonlósági transzformáció ismerete, tulajdonságai	

Az óra sorszáma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
60.	Szerkesztések közép-pontos hasonlóság alkalmazásával	Körök hasonlósági pontjai		
61.	A hasonlósági transzformáció fogalma	A hasonlósági transzformáció fogalma, a transzformáció aránya Alakzatok hasonlósága, háromszögek hasonlósági kritériumai	A hasonlóság fogalmának ismerete és alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában	Az iskola közelében lévő magas épület (például templomtorony) magasságának meghatározása egy egyenes bot segítségével a bot és az épület árnyékának méréséből („Thalész-módszer”) csoportmunkában Valódi távolságok, valódi útvonalak hosszának meghatározása papíralapú térkép alapján
62.	Derékszögű háromszögre vonatkozó tételek	Magasságtétel, befogótétel A számtani és a mértani közép összehasonlítása		
63.	<i>Gyakorlás</i>			
64.	Szögfelezőtétel (emelt szint)	A szögfelezőtétel (hasonlósággal)		
65.	A hasonlósági transzformáció alkalmazásai		Gyakorlati feladatok megoldása hasonlóság segítségével (például alaprajz-, térképkészítés, modellezés)	
66.	A háromszög területe és a háromszög oldalait érintő körök (olvasmány)	Nevezetes körök sugarai		
67.	<i>Tudáspróba</i>			
68.	<i>Összefoglalás</i>			
69.	<i>Gyakorlás</i>			
70.	<i>5. dolgozat</i>			
71.	<i>A dolgozat feladatainak a megbeszélése</i>			

Az óra sorszáma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
V. Valószínűségszámítás, statisztika				
72.	Ismerkedés a véletlen-nel I.	Eseményalgebra alapjai	Valószínűségi kísérletek elvégzése, gyakorisági, relatív gyakorisági táblázatok készítése	
73.	Ismerkedés a véletlen-nel II.			
74.	Valószínűségszámítási alapfogalmak	Események (kedvező, biztos, lehetetlen)	A valószínűség fogalmának bevezetése statisztikai alapon	
75.	Műveletek eseményekkel	Események összege, különbsége, szorzata; kizáró események		
76.	Események valószínűsége	Gyakoriság, relatív gyakoriság; a valószínűség fogalma	Diszkrét valószínűség-eloszlások ábrázolása hagyományos és digitális eszközzel	Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása; a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; tippelés az egyes kimenetelekre és becslés a bekövetkezésük valószínűségére
77.	<i>Gyakorlás</i>			
78.	A három kocka problémája (olvasmány)			Konkrét valószínűségi kísérletek dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (például dobások szabályos dobókockákkal, pénzérmékkel); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; tippelés az egyes kimenetelekre és becslés a bekövetkezésük valószínűségére Játékokban a szerencsefaktor vizsgálata, például „Ki nevet a végén” játék esetében az első hatos dobás eloszlása Különböző társasjátékokban stratégia meghatározása, döntéshozatal esélylatolgatás alapján

Az óra sorszáma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
				Különböző szerencsejátékok (lottó, totó, póker, black jack, internetes sportfogadások) esetében a nyerési esély összehasonlítása
79.	A valószínűség kiszámításának kombinatorikus modellje	Kombinatorikus modell; az alkalmazás feltételei	A klasszikus valószínűségi modell fogalma és alkalmazása	Konkrét valószínűségi kísérletek dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (például dobások szabályos dobókockákkal, pénzérmékkel); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; tippelés az egyes kimenetелеkre és becslés a bekövetkezésük valószínűségére
80.	Néhány érdekes probléma			Játékokban a szerencsefaktor vizsgálata, például „Ki nevet a végén” játék esetében az első hatos dobás eloszlása Különböző társasjátékokban stratégia meghatározása, döntéshozatal esélylatolgatás alapján
81.	A totó néhány feladatának elemzése			Különböző szerencsejátékok (lottó, totó, póker, black jack, internetes sportfogadások) esetében a nyerési esély összehasonlítása
82.	<i>Gyakorlás</i>			
83.	Statisztika körülöttünk	Grafikonok elemzése, manipuláció	Statisztikai adatok gyűjtésének tervezése Statisztikai adatok gyűjtése hagyományos és internetes forrásból Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése középértékekkel hagyományos és digitális eszközzel A kapott adatok értelmezése, értékelése, egyszerű statisztikai következtetések Grafikus manipulációk felismerése és javítása diagramok esetén	Adatgyűjtés megtervezése, például foglomszámlálás vagy iskolai felmérés előkészítése A megtervezett statisztikai adatgyűjtés lebonyolítása, az eredmények szemléltetése grafikonok segítségével, a kapott eredmények értékelő bemutatása tanulói kiselőadás formájában Különböző adatsokaságok esetében annak vizsgálata, hogy ezek

Az óra sorszáma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
				jellemezhetők-e az ismert középértékekkel Érvelés a diák saját érdemjegyei alapján különböző statisztikai jellemzők segítségével a kedvezőbb év végi jegyért
84.	Statisztikafeladatok	Adatok konverziója, diagramtípusok	Oszlop- és kördiagram értelmezése, valamint készítése hagyományos és digitális eszközzel Konkrét adatsokaság ábrázolásához, statisztikai kérdés megválaszolásához a megfelelő diagramtípus kiválasztása Kördiagramból oszlopdiagram készítése és viszont	Különböző sportágak értékelési rendszerének és statisztikáinak bemutatása tanulói kiselőadás keretében Osztályok/tantárgyak eredményeinek összehasonlítása érdemjegyek és ezek középértékei alapján Csoportmunka keretében adott céllal készülő, megtévesztő oszlop- és kördiagramok készítése, ezek szóbeli értékelése, javítása
85.	<i>Gyakorlás</i>			
86.	<i>Összefoglalás</i>			
87.	<i>6. dolgozat</i>			
88.	<i>A dolgozat feladatainak a megbeszélése</i>			
VI. Geometria II.				
89.	Kerületi és középponti szögek	Középponti szög, kerületi szög; a kerületi szögek tétele		
90.	Érintőszárú kerületi szög	Érintőszárú kerületi szög; a középponti és kerületi szögek tétele		
91.	Látószöggel kapcsolatos mértani hely	A látókör háromféle alakja		
92.	Húrnégyszög	Húrnégyszög, húrnégyszögek tétele		

Az óra sorszáma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
93.	A körhöz húzott szelőszakaszok tétele	A körhöz húzott szelőszakaszok tétele		
94.	Körgeometria és hasonlóság	Összetett feladatok		
95.	Grafikus számítógépprogramok (olvasmány)			
96.	Összefoglalás, gyakorlás			
VII. Matematikai logika				
97.	Állítások. Logikai műveletek.	Matematikai állítások		
98.	Kétváltozós logikai műveletek I.	Kétváltozós logikai műveletek		
99.	Kétváltozós logikai műveletek II.			
100.	Következtetési szabályok (kiegészítő anyag)	Következtetési szabályok		
101.	Összefoglalás, gyakorlás			
VIII. Év végi ismételés				
102.	Vegyes feladatok	Szintetizálás		
103.	Vegyes feladatok			
104.	Vegyes feladatok			
105.	Vegyes feladatok			

Matematika 11.
OH-MAT11TB
Tanmenetjavaslat



Bevezetés

A mintatanmenet az OH-MAT11TB raktári számú kiadványhoz készült. A tankönyv megfelel a Kormány 5/2020. (I. 31.) Korm. rendelete a Nemzeti alaptanterv kiadásáról, bevezetéséről és alkalmazásáról szóló 110/2012. (VI. 4.) Korm. rendelet módosításáról megnevezésű jogszabály alapján készült Kerettanterv a gimnáziumok 9–12. évfolyamára (Matematika) és a Kerettanterv a gimnáziumok 7–12. évfolyamára (Matematika) megnevezésű kerettanterv előírásainak.

A 11. évfolyamon a tanulási-tanítási folyamatra jellemző, hogy az ismeretek jellege egyre absztraktabb és formálisabb, a matematika belső logikája egyre jobban érvényesül. Ebben a szakaszban az egyik nagyon fontos didaktikai cél a szimbolikus gondolkodás fejlesztése. A tanulóknak a korábban elsajátított készségekre, képességekre és ismeretanyagra támaszkodva kell eljutniuk az absztrakt összefüggések megértéséhez és tudatos alkalmazásához. Tudatosítani kell a matematikai fogalmak pontos definiálásának fontosságát és a matematikai bizonyítások szerepét. Amellett, hogy a lehetséges alkalmazásokat minden egyes témakör kapcsán szem előtt kell tartani, fontos, hogy a tanulók lássák az egyes matematikai területek kapcsolatát is.

Ebben a szakaszban is fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló a tanár által irányított módon, feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a csoportmunkában megoldandó projektfeladatok ebben a szakaszban is fejlesztik a matematikai kommunikációt. Az érettségi vizsgára készülés során egyre nagyobb hangsúlyt kap a tanulók önálló munkája mind a feladatmegoldásokban, mind a tanultak ismételésében, rendszerezésében. A digitális eszközök, dinamikus szoftverek, online felületek támogatják a szemléltetést, a megértést, a felfedeztetést és a gyakorlást.

A 11. évfolyamon is jellemző, hogy a megjelenő témakörök tartalmának egy része folytatása, kiterjesztése és kiegészítése a korábbi szakaszokban is megjelenő tananyagtartalmaknak. Bizonyos témakörök azonban ebben a szakaszban jelennek meg először. Ilyen a racionális kitevőjű hatvány, az exponenciális függvény, a logaritmus, a számtani és mértani sorozatok, a trigonometria, a koordinátageometria és a térgeometria. Vannak olyan témakörök, amelyek ismeretei megjelennek más terület tanítása során is, ezért az egyes részekhez javasolt óraszámok ebben a szakaszban sem jelentenek feltétlenül időben összefüggő egységet. Az algebrai eszközök és a függvényekkel kapcsolatos ismeretek bővülése, a trigonometria és a koordinátageometria alapjainak megjelenése, valamint a statisztikai és valószínűségi szemlélet mélyülése további lehetőségeket nyújt változatos hétköznapi és matematikai problémák megoldására. A matematikai eszköztár bővülése ebben a szakaszban teszi leginkább lehetővé, hogy más tantárgyakban, más tanulási területeken is alkalmazni tudják a tanulók matematikai tudásukat.

Az egyes témakörökhöz írt óraszámok javaslatok. Az új ismeretek a teljes óraszám négyötöd része alatt a legtöbb diák számára elsajátíthatók, így a fennmaradó órák felhasználhatók ismételésre, gyakorlásra, felzárkóztatásra, tehetséggondozásra és számonkérésre.

Ez a tanmenet az alapórás oktatás, tehát heti három óra esetén használható.

Az első oszlopban az órák sorszámozása, utána az új fogalmak találhatók. A következő oszlop a kerettantervi elvárásokat, míg az utolsó oszlop a javasolt tevékenységi formákat tartalmazza.

Óraszámok felosztása

Témák	Új tananyag feldolgozása (óraszám)	Képességfejlesztés, összefoglalás, gyakorlás, ellenőrzés (óraszám)	Teljes óraszám	Kerettantervi órakeret
I. Hatvány, gyök, logaritmus	19	8	27	24
II. Oszthatóság, számelmélet alapjai	5	3	8	14
III. Vektorok	6	2	8	4
IV. Trigonometria	7	2	9	10
V. Forgásszögek szögfüggvényei (emelt szint)	5	3	8	4
VI. Koordinátageometria	9	4	13	10
VII. Skalárszorzat	3	2	5	4
VIII. Kombinatorika, gráfok	7	3	10	10
IX. Valószínűségszámítás, statisztika	10	4	14	14
X. Év végi ismétlés		9	9 (össz. 111 óra)	

Az óra sor-száma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
I. Hatvány, gyök, logaritmus				
1.	Vegyes algebrai feladatok – ismétlés		Ismétlés, újragondolás	Az új fogalmak előkészítése
2.	Egész kitevőjű hatványok, azonosságok	Algebrai műveletek, azonosságok – ismétlés	Ismétlés	Számolás betűs kifejezésekkel
3.	Az n-edik gyök és azonosságai	A hatványozás azonosságai	A megismert fogalom és azonosságok bevésése, használata Az n-edik gyök fogalmának ismerete és alkalmazása	A gyökvonás azonosságainak készségszintű használata
4.	Racionális kitevőjű hatvány, permanenciaelv	n-edik gyökvonás; a gyökvonás azonosságai	Általánosítási készség fejlesztése, új fogalmak, definíciók alkotása, elemzés Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén	A permanenciaelv fontosságának a megértése A permanenciaelv gyakorlati „kipróbálása” a definíció megadása előtt
5.	Gyakorlás	Azonosságok kiterjesztése, racionális kitevőjű hatványozás	Hatványozás azonosságainak alkalmazása racionális kitevő esetén	A tanult anyag elmélyítése Matematikatörténeti érdekességek (például déloszi probléma) feldolgozása projektmunkában
6.	Az exponenciális függvény		Általánosítási készség fejlesztése A hatványozás szemléletes értelmezése irracionális kitevő esetén Az exponenciális függvények ábrázolása hagyományosan és számítógéppel, a függvények tulajdonságai	Az exponenciális függvény értékének kiszámítása egész, racionális és irracionális kitevő esetén Különböző alapú exponenciális függvények ábrázolása milliméterpapíron, és a kapott grafikonok összehasonlítása csoportmunkában
7.	Exponenciális egyenletek	Exponenciális függvény, tulajdonságok (alaptól függő monotonitás)	Egyenletmegoldó módszerek megismerése	Az exponenciális függvény invertálhatóságának megértése
8.	Gyakorlás	Exponenciális alapegyenletek (azonos alap, különböző alap)		A tanult anyag elmélyítése
9.	Exponenciális egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek		Grafikonok értelmezése	Egyenlőtlenségek megoldása az exponenciális függvény grafikonjának segítségével

Az óra sor-száma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
10.	Exponenciális egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek	Exponenciális egyenletrendszerek	A tanult anyag adaptációja az új típusú problémákhoz	Az egyenletrendszerek megoldási módszereinek felelevenítése, adaptálása az exponenciális egyenletrendszerekre
11.	Gyakorlati alkalmazások; összefoglalás	Exponenciális egyenlőtlenségek (a relációs jel kezelése)	Az exponenciális sebességű változások megértése	Gyakorlati problémák értelmezése
12.	1. dolgozat	Exponenciális folyamatok a gyakorlati életben		
13.	A dolgozat feladatainak a megbeszélése			
14.	A logaritmus fogalma	A logaritmus fogalma, 10-es alapú logaritmus	Új fogalmak megalkotása, megértése, használata A logaritmus értelmezése Számológép használata logaritmus értékének meghatározásához	A logaritmus fogalmának megértése, gyakorlás
15.	A logaritmusfüggvény	Inverz függvény	Az inverz függvény tulajdonságainak a megértése	Táblázatkészítés, a függvénytranszformációk gyakorlása
16.	A logaritmus azonosságai	Logaritmusfüggvény; logaritmusfüggvény tulajdonságai	Új összefüggések felfedezése Áttérés más alapú logaritmusra Számológép használata logaritmus értékének meghatározásához	A logaritmus és a hatványozás azonosságainak a kapcsolata 10-estől eltérő alapú logaritmus kiszámolása csak 10-es alapú logaritmus kiszámolására alkalmas számológéppel
17.	Logaritmusos egyenletek	Logaritmusos azonosságok	Figyelem, koncentráció	Az egyenletmegoldási módszerek gyakorlása, értelmezési tartomány szerepe, fontossága, azonos átalakítások, ellenőrzés szerepe
18.	Logaritmusos egyenletek	Logaritmusos egyenletek	Figyelem, koncentráció	Az egyenletmegoldási módszerek gyakorlása, értelmezési tartomány szerepe, fontossága, azonos átalakítások, ellenőrzés szerepe
19.	Gyakorlás	Logaritmusos egyenletek megoldási módszerei		A tanult anyag elmélyítése Nagy számok számjegyei számának meghatározása logaritmus segítségével

Az óra sor-száma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
20.	Logaritmusos egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek		Az algebrai és grafikus megoldás tanulmányozása	A logaritmusfüggvény monotonitásának felhasználása
21.	Logaritmusos egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek	Logaritmusos egyenletrendszerek megoldási módszerei	Lényeglátás, összefüggések keresése	Az egyenletrendszerek megoldásáról tanultak adaptálása a logaritmusos egyenletrendszerekre, új ismeretlenek bevezetése
22.	Gyakorlás	Logaritmusos egyenlőtlenségek megoldási módszerei		A tanult anyag elmélyítése
23.	Exponenciális növekedés a természetben és a társadalomban		Nagyságrendi viszonyok fontos szerepe Exponenciális folyamatok vizsgálata a természetben és a társadalomban Exponenciális egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése	Tanulói kiselőadás az exponenciálisan változó folyamatokról a természetben és a társadalomban Adatgyűjtés különböző forrásokból származó, exponenciális vagy közelítőleg annak tekinthető változókra csoportmunkában
24.	Exponenciálisan csökkenő mennyiségek	Gyakorlati alkalmazások (exponenciális, logaritmusfüggvény; folyamatok)	A gyakorlati (biológiai, fizikai, demográfiai, ökológiai) problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása	Gyakorlati, időben exponenciálisnak tekinthető változást mutató grafikonokra exponenciális függvény illesztése digitális eszköz segítségével és az illesztett függvény paramétereinek értelmezése
25.	Pénzügyi számítások	Közelítő értékek; hiba, hibaterjedés Tanítását nem külön óra keretében, hanem folyamatosan, vissza-visszatérve javasoljuk.	A tudatos pénzügyi döntések megalapozása	Kiscsoportos foglalkozás, döntési helyzet kialakítása
26.	Összefoglalás		A kiválasztott modellben a probléma megoldása A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti probléma szövegébe visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve	

Az óra sor-száma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
27.	Dolgozat			
II. Oszthatóság				
28.	A maradékos osztás, az oszthatóság fogalma, tulajdonságai	Oszthatóság	Új fogalmak kialakítása	Konkrét feladatok elemzése Oszthatósággal kapcsolatos „bűvésztükkök” bemutatása
29.	Oszthatósági szabályok		Egyszerű indoklások Összetett oszthatósági szabályok alkalmazása	A régi ismeretek felelevenítése
30.	Prímszámok, a számelmélet alaptétele	Prímek		Erasztothenészi szita készítése Tanulói kiselőadás számelméleti érdekességekről, például tökéletes számok és barátságos számpárok, prímszámok, jelenleg ismert legnagyobb prím, titkosítás
31.	Legnagyobb közös osztó, euklideszi algoritmus, legkisebb közös többszörös	LNKO, LKKT	A fogalmak megértése Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása a prímtényezős felbontásból	
32.	Gyakorlás		Műveletsorok magabiztos elvégzése Számolás osztási maradékokkal (például összeg, szorzat, hatvány maradéka)	Halmazábra elkészítése a számhalmazokról
33.	Számrendszerek	Helyi érték	Számolás 10-estől különböző számrendszerben Számok felírása 10-estől különböző alapú számrendszerben	Tanulói kiselőadás a 10-estől különböző alapú számrendszerek használatáról a múltban és ennek mai napig tartó hatásairól
34.	Összefoglalás		Az egész számok, a véges tizedestörtek, a végtelen szakaszos tizedestörtek és a racionális számok kapcsolata	Számrendszerek segítségével megoldható rejtvények
35.	Dolgozat			

Az óra sor-száma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
III. Vektorok				
36.	Vektorok szorzása számmal		A tanuló tudjon magabiztosan műveleteket végezni A vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor fogalmak ismerete, alkalmazása	Vektorműveletek elvégzése geometriai szerkesztéssel
37.	Egyértelmű vektorfelbontási tétel	Bázisvektor	A vektor fogalmának elmélyítése A vektorok összeadása, kivonása, szorzása valós számmal műveletek ismerete és alkalmazása Vektorok alkalmazása feladatok megoldásában	A tanult anyag átismétlése, a koordináta-rendszer újradefiniálása
38.	Vektorok a koordinátasíkon, helyvektorok	Egyértelmű vektorfelbontási tétel, a helyvektor és a pontkoordináták kapcsolata	A vektorműveletek tulajdonságainak tisztázása Pont és vektor megadása koordinátákkal a derékszögű koordináta-rendszerben Két pont távolságának, vektor abszolút értékének meghatározása koordináták alapján Vektorok összegének, különbségének, számszorosának koordinátái	Vektorok a koordináta-rendszerben, vektorműveletek koordinátákkal
39.	Felezőpont, súlypont, osztópont koordinátái (ismétlés)	Vektorok és koordináták (helyvektor; összeg- és különbségvektor, vektor számszorosa, vektor $\pm 90^\circ$ -os elforgatottja)	A tanult anyag elmélyítése Szakaszfelezőpont koordinátáinak meghatározása a végpontok koordinátái alapján	A tanult anyag átismétlése, számolás vektorkoordinátákkal
40.	A háromszög súlypontjába mutató vektor	Súlypont	Fogalomalkotás	Szerkesztés
41.	Vektor elforgatása $\pm 90^\circ$ -kal.	Forgatás	A transzformáció algebrai alakja	Szerkesztés
42.	Összefoglalás			
43.	Dolgozat			

Az óra sor-száma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
IV. Trigonometria				
44.	Hegyesszögek szögfüggvényei	A hasonlóság és a szögfüggvények kapcsolata	Általánosítás, egyszerű jelölések Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense Szögfüggvény értékének ismeretében a szög meghatározása számológép segítségével	Hegyesszögű szögfüggvény-definíciók: szinusz, koszinusz, tangens, kotangens
45.	Derékszögű háromszögek adatainak meghatározása	A számológép használata, pontosság, kerekítés, hibaszámítás	Fogalmak pontosítása, szögfüggvények készségi szintű használata Számítások derékszögű háromszögekben szögfüggvények segítségével gyakorlati helyzetekben	Tanulói kiselőadás a trigonometrikus ismeretek hétköznapi életben, munkában való felhasználhatóságáról, például: lakberendezés, ácsmunka, GPS működése
46.	Összefüggések a hegyesszögek szögfüggvényei között	A definíciók nyilvánvaló következményeinek tisztázása, a fogalmak bevésése	Új összefüggések keresése Összefüggések ismerete egy adott szög különböző szögfüggvényei között: pitagoraszai összefüggés, pótszögek és mellékszögek szögfüggvényei	Speciális hegyesszögek pontos értékei; pótszögek; trigonometriai alapegyenlet
47.	Háromszögek adatainak meghatározása	Gyakorlati problémák tanulmányozása	Számítások derékszögű háromszögekben szögfüggvények segítségével gyakorlati helyzetekben	Emelkedési, lehajlási szög; területképlet
	Gyakorlás		Háromszög területének kiszámítása két oldal és a közbezárt szög ismeretében	Az iskolában vagy annak környezetében kijelölt, tetszőleges háromszög, illetve négyszög alakú részek területének meghatározása csoportmunkában, távolságok és szögek mérése alapján
48.	Síkbeli és térbeli számítások szögfüggvények segítségével	Szövegértés, térbeli viszonyok megjelenítése	Térszemlélet fejlesztése	Alkalmazások Épület magasságának meghatározása a látószög és távolságok mérésének segítségével csoportmunkában
49.	Tompaszögű háromszögek	A háromszög egyenlőtlenség általánosítása	Lényeglátás, többféle megközelítés	
50.	A koszinusztétel, a tompaszög koszinusza	Tompaszög szögfüggvényei	Általánosítás	

Az óra sor-száma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
51.	A szinusz- és koszinusztétel alkalmazása	Szinusztétel, koszinusztétel	Gyakorlati problémák vizsgálata Szinusz- és koszinusztétel ismerete és alkalmazása A szinusztétel bizonyítása Számítások négyszögekben, sokszögekben szögfüggvények segítségével	Csoportmunka
52.	Számonkérés		A környezetben található tárgyak magasságának, pontok távolságának meghatározása mért adatokból számítva Négyszögek és szabályos sokszögek területének kiszámítása	
V. Forgásszögek szögfüggvényei				
53.	Szögfüggvények általánosítása	Egységkör	Általánosítás	Fizikai példák tanulmányozása
54.	Szögfüggvények ábrázolása	Periódus	A függvényfogalom elmélyítése	Geogebra használata
55.	Trigonometrikus egyenletek		A tanult módszerek adaptálása	Algebrai módszerek alkalmazása a trigonometrikus egyenletek megoldása során
56.	Trigonometrikus egyenletek	Speciális megoldási módszerek (szorzattá alakítás, alapegyenlet alkalmazása)	A tanult módszerek adaptálása	Új ismeretlenek bevezetése, az alapegyenlet használata
57.	Trigonometrikus egyenlőtlenségek (emelt szint)	Speciális megoldási módszerek (egyenletrendszerre vezető helyettesítés)	Lényeglátás	Változatos módszerek kipróbálása, egy feladat többféle megoldása
58.	Gyakorlás	Trigonometrikus egyenlőtlenségek Az egyszerűbb feladatokat gyakorlás keretében minden		A tanult anyag elmélyítése

Az óra sor-száma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
		csoportban, a nehezebb feladatokat csak heti 3-nál magasabb óraszám esetén javasoljuk.		
59.	Összefoglalás			
60.	Dolgozat			
VI. Koordinátageometria				
61.	Ismerkedés a koordinátageometriával	A koordináta-rendszer	Új fogalmak bevezetése	Geogebra használata Torpedójáték koordináta-rendszerben, Helymeghatározás térképen a szélességi és hosszúsági adatok segítségével
62.	Az egyenes koordinátageometriája	Merekség	Az elsőfokú függvény grafikonja és az egyenes mint pontthalmaz egyenlete közti kapcsolat Egyenes egyenlete $y = mx + b$ vagy $x = c$ alakban	Játék helyvektorokkal dinamikus geometriai szoftver használatával
63.	Két egyenes metszéspontja	Írányzög; iránytangens; az egyenes iránytényezős egyenlete	Az egyenletmegoldó technikák fejlesztése Az egyenesek egyenletének ismeretében egyenesek metszéspontjának koordinátái	Ponthalmazok metszete, uniója, egyenletrendszerek megoldásának gyakorlása „Oroszlánfogás”: lineáris egyenlőtlenségrendszer megoldása grafikusán, digitális eszköz segítségével
64.	Gyakorlás	Két egyenes metszéspontja		Gondolattérkép készítése a koordinátageometria kapcsolatainak bemutatására csoportos vagy egyéni munkaformában
65.	A párhuzamos és merőleges egyenesek	Párhuzamos és merőleges egyenesek; koordinátageometriai feltételek	Az elemi geometria és a koordinátageometria kapcsolatának megértése Egyenes meredekségének fogalma; egyenesek merőlegességének és párhuzamosságának megállapítása a meredekségek alapján	A szerkesztési lépések koordinátageometriai megfelelője

Az óra sor-száma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
	Geometriai transzformációk és koordináták (olvasmány)			
66.	A kör koordinátageometriája		A kör egyenletének megadása és alkalmazása a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében	Célba lövés: játék körökkel a koordináta-rendszerben
67.	Egyenes és kör kölcsönös helyzete	Egyenletrendszer megoldási módszerek	A koordinátageometria és a másodfokú egyenlet diszkriminánsának kapcsolata	Algebrai átalakításokban való jártasság fejlesztése
68.	Gyakorlás			
69.	Két kör kölcsönös helyzete, érintkező körök (emelt szint)	Köregyenlet, másodfokú egyenletrendszer		Csoportmunka
70.	Ponthalmazok a koordinátasíkon (egyenlet, egyenlőtlenség, mértani hely)	Parabola	Az elemi geometria és a koordinátageometria módszereinek megértése	Mértani hely keresése koordinátageometriai eszközökkel
71.	Alkalmazások		Gyakorlatban felmerülő feladatok	Geogebra használata
72.	Összefoglalás			
73.	Dolgozat			
VII. Skalárszorzás				
74.	Két vektor skaláris szorzata	Skaláris szorzat	Új fogalmak kialakítása	Fizikai példák vizsgálata

Az óra sor-száma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
75.	Skálárszorzással megoldható feladatok a koordináta-rendszerben	Skaláris szorzat; a skalárszorzás tulajdonságai	A vektor fogalmának elmélyítése	Az új fogalmak használata problémák megoldásában
76.	Gyakorlás	Alap(bázis-)vektorok; skalárszorzás és koordináták		A tanult anyag elmélyítése
77.	Egyenesek a koordinátasíkon. Válogatás érettségi előkészítő feladatso-rokból		A tanult fogalmak használata	
78.	Számonkérés			
VIII. Kombinatorika, gráfok				
79.	Ismétlés		Precizitás, elemzés, közös tulajdonságok keresése Matematikai és hétköznapi helyzetekhez kötődő sorbarendezési és kiválasztási feladatok megoldása	A kombinatorikából tanult anyag átvizsgálása, rendezése Anagramma készítése a tanulók neveiből A pókerben előforduló lehetséges nyerő lap-kombinációk számának meghatározása
80.	Binomiális együtthatók	A kombinatorika módszerei (leszámolások; skatulyaelv, invariáns mennyiségek, komplementer leszámolás módszere)	A fogalmi gondolkodás fejlesztése A binomiális együttható fogalmának ismerete, értékének kiszámítása	Az $\binom{n}{k}$ fogalmának pontos megértése, használata, Pascal-háromszög használata
	Binomiális tétel, Pascal-háromszög (olvasmány)	Kombinációk; binomiális együtthatók		A Pascal-háromszög és tulajdonságai felfedeztetése, például kéttagú összeg hatványaiban szereplő együtthatók segítségével
81.	Gyakorlófeladatok	(Heti 3-nál magasabb óraszám esetén.)		A tanult anyag elmélyítése Visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel konkrét lejátszása, a tapasztalatok összegyűjtése

Az óra sor-száma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
82.	A kombinatorika leggyakoribb leszámolási struktúrái (olvasmány)	Leszámolási módszerek, összetett feladatok		Különböző szituációk kétféle módon történő összeszámlálása és ebből következő egyszerű kombinatorikus összefüggések felfedezése
83.	Modellalkotás gráfokkal	Tanítását nem külön óra keretében, hanem folyamatosan, vissza-visszatérve javasoljuk.	Struktúrák felismerése, lényeglátás, matematikai modellalkotás, a modell és a valóság kapcsolata A gráf csúcsainak fokszámösszege és éleinek száma közötti összefüggés ismerete és alkalmazása gyakorlati feladatok megoldásában	Konkrét problémák modellezése pontok, élek segítségével
84.	A gráfmodell alkalmazása; gráfok egyenlősége	Gráf; gráfok alkotóelemei; modellezés	Struktúrák felismerése, lényeglátás, matematikai modellalkotás, a modell és a valóság kapcsolata	A gráfok alapvető tulajdonságainak a felismerése
85.	Gráfok jellemzői	Gráfok tulajdonságai, egyenlősége; irányított gráf	Új tételek felfedezése, ellenőrzése konkrét esetekben, bizonyítás	A gráfokkal kapcsolatos egyszerű tételek bizonyítása
86.	Kombinatorikai és gráfelméleti alkalmazások	Kombinatorikai és gráfelméleti alkalmazások		A kombinatorikus geometria néhány egyszerű problémája
87.	Összefoglalás	Kombinatorikai és gráfelméleti alkalmazások		
88.	Dolgozat			
IX. Valószínűség-számítás, statisztika				
89.	Bevezetés		Ismétlés, a tanult tananyag újrastrukturálása Konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események,	Ismétlés, a tanult anyag felidézése Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (pl. szabályos dobókockákkal,

Az óra sor-száma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
			független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza a tanuló	pénzérmeccel dobálás); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; becslés az egyes kimenetekre, illetve összetett események valószínűségére csoportmunkában
90.	Független események	Függetlenség	Új fogalom bevezetése Példák keresése független és nem független, illetve egymást kizáró eseményekre csoportmunkában	Gyakorlati problémák elemzése Példák keresése független és nem független, illetve egymást kizáró eseményekre csoportmunkában
91.	Binomiális eloszlás	Eloszlások	Közös tulajdonságok keresése A tanuló meghatározza a valószínűséget visszatevéses, illetve visszatevés nélküli mintavétel esetén	Konkrét feladatok a binomiális eloszlásra, általánosítás, számítógép-használat
92.	Statisztikai mintavétel (visszatevéssel vagy visszatevés nélkül)	Binomiális eloszlás; az eloszlás jellemzői, kapcsolat a hipergeometrikus eloszlással	Gyakorlati problémák matematikai modelljei	A két probléma kapcsolatának tisztázása Orvosi tesztek eredményének esélyelemzése faábrán segítségével
93.	Játékok elemzése (olvasmány)	Statisztikai mintavétel visszatevéssel, illetve visszatevés nélkül	Tapasztalatszerzés	Játék Játékok modellezése számítógépen
94.	Gyakorlás	Játékok	Tapasztalatszerzés	Számítógép-használat Egyszerű valószínűségi játékokhoz kapcsolódóan a várható nyeremény és az igazságosság fogalmának kialakítása
95.	Miért fontos a várható nyeremény ismerete?	Várható nyeremény mint átlag	Intuitív fogalomalkotás	Számolási készség fejlesztése
96.	Statisztikai jellemzők (középértékek)	Átlag, módusz, medián	Fogalomalkotás A reprezentatív minta fogalmának szemléletes ismerete	Csoportmunka Példák reprezentatív és nem reprezentatív mintavétellel

Az óra sor-száma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
97.	Statisztikai jellemzők (a középértékek jó-sága)	Szórás, átlagos abszolút eltérés	Összetett fogalmak megértése Hétköznapi, társadalmi problémákhoz kapcsolódó statisztikai adatok tervszerű gyűjtése Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése kvartilisekkel, középértékekkel és szóródási mutatókkal	Számítógép-használat (Geogebra) Az interneten található, megbízható forrásból (pl. KSH honlapja) származó statisztikák értelmezése, elemzése, lehetséges következtetések megfogalmazása
98.	Mennyi mindent tud a doboz (boks-plot) diagram? A kvartilisek kiszámítása különböző számítógépes programok alkalmazásával	A boks-plot diagram	Lényeglátás, problémák felvetése, a tanult anyag gyakorlati alkalmazása	Csoportmunka Különböző forrásból származó adathalmazok statisztikai elemzése, értékelése, ezekből valamilyen adott szempont alapján manipulatív és nem manipulatív diagram készítése
99.	Gyakorlás		Gyakorlati problémák elemzése Sodrófa (box-plot) diagram készítése, alkalmazása	Csoportmunka, boks-plot diagram készítése
100.	Összefoglalás	Statisztikai jelenségek; grafikonok elemzése, manipuláció	A kapott adatok értelmezése, értékelése, statisztikai következtetések Nagy adathalmazok kezelése táblázatkezelő programmal	
101.	7. dolgozat			
102.	A dolgozat megbeszélése			
X. Év végi ismételés				
103-105.	Év végi ismételés			Algebra

Az óra sor-száma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
106-107.	Év végi ismételés			Koordinátageometria
108-109.	Év végi ismételés			Trigonometria
110.	Év végi ismételés			Gyakorlati feladatok
111.	Év végi ismételés			Játékos feladatok

Matematika 12.
OH-MAT12TB
Tanmenetjavaslat



Bevezetés

A mintatanmenet az OH-MAT12TB raktári számú kiadványhoz készült. A tankönyv megfelel a *Nemzeti alaptanterv* kiadásáról, bevezetéséről és alkalmazásáról szóló 110/2012. (VI. 4.) Korm. rendelet alapján készült, 2020. 01. 31. után kiadott 9–12. évfolyam matematika tantárgy kerettantervének.

A 12. évfolyamon a tanulási-tanítási folyamatra jellemző, hogy az ismeretek jellege egyre absztraktabb és formálisabb, a matematika belső logikája egyre jobban érvényesül. Ebben a szakaszban az egyik nagyon fontos didaktikai cél a szimbolikus gondolkodás fejlesztése. A tanulóknak a korábban elsajátított készségekre, képességekre és ismeretanyagra támaszkodva kell eljutniuk az absztrakt összefüggések megértéséhez és tudatos alkalmazásához. Tudatosítani kell a matematikai fogalmak pontos definiálásának fontosságát és a matematikai bizonyítások szerepét. Amellett, hogy a lehetséges alkalmazásokat minden egyes témakör kapcsán szem előtt kell tartani, fontos, hogy a tanulók lássák az egyes matematikai területek kapcsolatát is.

Ebben a szakaszban is fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló a tanár által irányított módon, feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a csoportmunkában megoldandó projektfeladatok ebben a szakaszban is fejlesztik a matematikai kommunikációt. Az érettségi vizsgára készülés során a feladatok megoldásában, a tanultak ismételésében és rendszerezésében egyre nagyobb hangsúlyt kap a tanulók önálló munkája. A digitális eszközök, dinamikus szoftverek, online felületek támogatják a szemléltetést, a megértést, a felfedeztetést és a gyakorlást.

A 12. évfolyamon is jellemző, hogy a megjelenő témakörök tartalmának egy része folytatása, kiterjesztése és kiegészítése a korábbi szakaszokban is megjelenő tananyagtartalmaknak. Bizonyos témakörök azonban ebben a szakaszban jelennek meg először. Ilyen a számtani és mértani sorozatok és a térgeometria. Vannak olyan témakörök, amelyek ismeretei megjelennek más terület tanítása során is, ezért az egyes részekhez javasolt óraszámok ebben a szakaszban sem jellemeznek feltétlenül időben összefüggő egységet. Az algebrai eszközök használata, a gondolkodási módszerek alkalmazása és a függvényekkel kapcsolatos ismeretek bővülése, valamint a statisztikai és valószínűségi szemlélet mélyülése további lehetőségeket nyújt változatos hétköznapi és matematikai problémák megoldására. A matematikai eszköztár bővülése ebben a szakaszban teszi leginkább lehetővé, hogy más tantárgyakban, más tanulási területeken is alkalmazni tudják a tanulók matematikai tudásukat.

A tananyag feldolgozása során érdemes figyelembe vennünk a 12. évfolyam sajátosságait (év végi összefoglalás, felkészülés az érettségi vizsgára).

(A tankönyv végén középszintű érettségi próbafeladatsorok találhatók, ezek alkalmasak például az órai gyakorlásra vagy otthoni munkaként is kitűzhetők.)

A tanmenetjavaslat a **középszintű érettségi vizsgához** tartalmazza a tananyagot, és csak alapot adó, iránymutató **javaslat**. Szakmai-módszertani okok vagy pedagógiai indokok alapján megváltoztatható pl. a gyakorló órák mennyisége, az egyes témakörök tanításának sorrendje vagy a feldolgozásukra szánt órakeret is. Az új ismeretek a teljes óraszám negyötöd része alatt a legtöbb diák számára elsajátíthatók, így a fennmaradó órák felhasználhatók ismételésre, gyakorlásra, felzárkóztatásra, tehetséggondozásra és számonkérésre.

A tanmenetet 32 tanítási hétre, hetente 3 órára, azaz összesen 96 órára készítettük el. Ugyanakkor a tanmenetjavaslat 31 vagy 32 tanítási hét, illetve heti 3-nál több óraszám esetén is alkalmazható, például a gyakorlóórák vagy az egyes anyagrészek arányos csökkentésével vagy növelésével.

Az első oszlopban az órák sorszámozása, a második oszlopban az óra témája, a harmadik oszlopban az új fogalmak találhatók. A negyedik oszlop a kerettantervi, míg az ötödik oszlop a javasolt tevékenységi formákat tartalmazza.

Óraszámok felosztása

Témák	Új tananyag feldolgozása (óraszám)	Képességfejlesztés, összefoglalás, gyakorlás, ellenőrzés (óraszám)	Teljes óraszám	Kerettantervi órakeret (középszint, 11–12.o.)
I. Gondolkodási módszerek	3	5	8	16
II. Sorozatok	9	3	12	18
III. Térgeometria	15	5	20	20
IV. Rendszerező összefoglalás		51	51 + 5	38
Összesen	27	64	91 + 5	92

Az óra sorszáma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
I. Gondolkodási módszerek				
1.	Vegyes feladatok		Vegyes feladatok Ismétlés, értelmezés	Az új fogalmak előkészítése
2.	A matematikai logika alkalmazásai 1.	Kétváltozós logikai műveletek	Logikai kifejezések megfelelő használata	A diákok mindennapi tapasztalataihoz köthető, összetett állítások logikai értékének meghatározása igazságtáblázat segítségével
3.	A matematikai logika alkalmazásai 2.	A halmazelméleti és logikai ismeretek kapcsolata Állítások tagadása, megfordítása Szükséges és elégséges feltételek	A halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatok bemutatása példánkon keresztül Egyszerű állítások indoklása, tételek bizonyítása	Rejtvényújságokban szereplő feladványok megfejtése következtetések láncolatán keresztül
4.	Kombinatorikai gyakorlófeladatok		Stratégiai és logikai játékok A pókerben előforduló lehetséges nyerő lapkombinációk számának meghatározása	Stratégiai játékok, például NIM játékok, táblás játékok Tudatos pénzügyi tervezést segítő játékok
5.	Vegyes feladatok a gráfok témaköréből		A gráf csúcsainak fokszámösszege és éleinek száma közötti összefüggés ismerete és alkalmazása gyakorlati feladatok megoldásában	Visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel konkrét lejátékszása, a tapasztalatok összegyűjtése
6.	<i>O.: Néhány érdekes gráfelméleti probléma (Olvasmány)</i>	Euler-vonal, Euler-kör	Matematikatörténeti vonatkozások	Matematikatörténeti vonatkozások megismerése csoportmunkában
	<i>O.: Magyar származású matematikusok a XVIII–XX. században (olvasmány)</i>		Matematikatörténeti vonatkozások	Kiselőadás készítése és megtartása
7.	<i>Összefoglalás, gyakorlás</i>	Szintetizálás		Gyakorlófeladatok megoldása egyéni- leg vagy párban
8.	<i>1. dolgozat</i>			

Az óra sorszáma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
II. Sorozatok				
9.	A sorozat. Számsorozat fogalma	Függvények, sorozatok, számsorozatok	Új fogalmak kialakítása A számsorozat fogalmának ismerete	Sorozattal kapcsolatos feladatok megoldása önállóan vagy párban
10.	A sorozat. Számsorozat fogalma	Alapfogalmak; sorozatok megadása	Számsorozat megadása képlettel, rekurzíóval	Tanulói kiselőadás tartása nevezetes sorozatokról (például Fibonacci-sorozat)
11.	Számtani sorozat	Számtani sorozat jellemzői	Számtani sorozatok felírása, folytatása adott szabály szerint	Számtani sorozattal kapcsolatos feladatok megoldása önállóan vagy párban
12.	Számtani sorozat	Számtani sorozat szomszédos elemeinek összege	Számtani sorozat, az n -edik tag, az első n tag összege A képlet bizonyítása	Az első 100 pozitív természetes szám összegének meghatározása a „kis” Gauss módszerével önállóan vagy párban
13.	<i>Gyakorlás</i>			Gyakorlófeladatok megoldása önállóan vagy párban
14.	Mértani sorozat	Mértani sorozat jellemzői, tagjainak megadása	Mértani sorozatok felírása, folytatása adott szabály szerint	Mértani sorozatok jellemzése közösen
15.	A mértani sorozat első n elemének összege	Mértani sorozat szomszédos elemeinek összege	Mértani sorozat, az n -edik tag, az első n tag összege A képlet bizonyítása	A sakktáblára elhelyezett, mezőről mezőre kétszeres számú búzaszemek kérdésének bemutatása
16.	Példák mértani sorozatra	Alkalmazások		Mértani sorozattal kapcsolatos feladatok megoldása egyénileg vagy párban
17.	Vegyes feladatok	Számtani és mértani sorozatok	Számtani és mértani sorozatokra vonatkozó ismeretek alkalmazása gazdasági, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában	Számtani és mértani sorozatok megoldása önállóan vagy párban

Az óra sorszáma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
18.	Kamatos kamat számítása	A kamatszámítás alapfogalmai Kamatos kamat számítása, jellemzői. Gyűjtőjáradék, törlesztőrészlet	Megtakarítási és kamatozási formák összehasonlítása Egyszerű kamat, kamatos kamat, gyűjtőjáradék és törlesztőrészlet-számítás	Valódi pénzügyi termékek kamatozási és egyéb feltételeinek összehasonlítása csoportmunkában internetes adatgyűjtés segítségével
19.	<i>Gyakorlás</i>	Infláció, pénzromlás Pénzügyi számítások	Megtakarítási, befektetési és hitelfelvételi lehetőségekkel és azok kockázati tényezőivel kapcsolatos feladatok megoldása	Pénzügyi feladatok megoldása önállóan vagy párban
20.	<i>2. dolgozat</i>			
III. Térgeometria				
21.	Tételek hajlásszöge	Térbeli objektumok hajlásszögének a meghatározása; definíciók		
22.	Tételek távolsága	Térbeli objektumok távolságának a meghatározása; definíciók	Tételek kölcsönös helyzetének, távolságának és hajlásszögének ismerete, alkalmazása a feladatok megoldásában	Tapasztalatszerzés a gyakorlatban
23.	Sokszögek területe	Sokszögek területének a meghatározása; képletek		Gyakorlati példák a területszámításra
24.	A kör és részeinek területe	A kör és részei; területszámítás	Területszámítási módszerek alkalmazása	A kör területének kiszámítása közösen A körrel kapcsolatos egyéb területszámítási feladatok megoldása közösen
25.	A területszámítás néhány alkalmazása	A területszámítási módszerek	Területszámítási módszerek alkalmazása	Játékos csapatverseny
26.	A felszín és a térfogat; a hasáb és a henger	Testek felszíne és térfogata; a hasáb jellemzői	A terület, térfogat, űrtartalom mértékegységeinek és ezek átváltási szabályainak ismerete Sűrűség mértékegységei közötti átváltás ismerete	Felszín és térfogat kiszámítása önállóan vagy párban

Az óra sorszáma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
			Sík- és térgeometriai feladatoknál a válasz megadása a megfelelő mértékegységben	
27.	A felszín és a térfogat; a hasáb és a henger	A henger jellemzői	A hasáb, a henger tulajdonságainak ismerete és alkalmazása a hétköznapi életben előforduló testekkel kapcsolatban A mindennapi életben előforduló hasáb, henger alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számítással	Hétköznapi tárgyak (üdítődoboz, víz-esflakon, tejfölösdoboz stb.) térfogatának megállapítása méréssel, a kapott eredmény összehasonlítása az adott tárgyon szereplő értékkel
28.	<i>Összefoglalás, gyakorlás</i>	Szintetizálás		Összefoglaló feladatsor megoldása önállóan vagy párban
29.	<i>3. dolgozat</i>			
30.	A gúla és a kúp	Kúpszerű testek; kúpszerű testek térfogata és felszíne	A gúla, a kúp tulajdonságainak ismerete és alkalmazása a hétköznapi életben előforduló testekkel kapcsolatban A mindennapi életben előforduló gúla, kúp alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számítással	A Louvre bejárataként épített üvegpíramis földfelszín feletti térfogatának és az üvegfelület felszínének meghatározása (szükséges adatok gyűjtése az internetről)
31.	Hasonló síkidomok területének aránya; hasonló testek térfogatának aránya	A gúla alappal párhuzamos síkmetszetei	A hasonló síkidomok területének és területének arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása A hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása	Tapasztalatszerzés a gyakorlatban
32.	<i>Gulliver geometriája (olvasmány)</i>	(Erősebb csoportban vagy heti 3-nál magasabb óraszám esetén.)		Irodalmi vonatkozások megismerése

Az óra sorszáma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
33.	A csonkagúla és a csonkakúp	A csonkagúla és a csonkakúp felszíne és térfogata	A csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságainak ismerete és alkalmazása a hétköznapi életben előforduló testekkel kapcsolatban A mindennapi életben előforduló csonkagúla, csonkakúp alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számítással	Csonkagúla felszínének és térfogatának a számítása önállóan vagy pármunkában
	<i>O.: Testek csoportosítása (Olvasmány)</i>			A testek csoportosítására vonatkozó állítások megfogalmazása (Csak heti 3-nál magasabb óraszám esetén.)
34.	A gömb 1.	A gömb jellemzői; síkmetszetek	A gömb tulajdonságainak ismerete és alkalmazása a hétköznapi életben előforduló testekkel kapcsolatban	Különböző méretű, megközelítőleg gömb alakú gyümölcsök térfogatának és felszínének becslése, a becslés ellenőrzése méréssel
35.	A gömb 2.	A gömb felszíne és térfogata	A mindennapi életben előforduló gömb alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számítással	A Föld felszínének és térfogatának közelítése földgömbmodellen méréssel és számolással, majd a kapott értékek összevetése a hivatalos adatokkal
36.	Alakzatokba írt alakzatok (emelt szint)			Annak becslése csoportmunkában, hogy a teret milyen arányban tudjuk kitölteni egybevágó érintkező gömbökkel különböző elrendezések esetén (Tárgyalását csak erősebb csoportban, kiegészítő anyagként javasoljuk.)
37.	Összetett feladatok	Összetett feladatok; vetületi tétel (kiegészítő anyag)	Síkidomok forgatásával keletkező egyszerű, a mindennapi életben is előforduló testek felszínének és térfogatának kiszámítása	A mindennapi életben is előforduló testek felszínének és térfogatának kiszámítása önállóan vagy párban (A nehezebb feladatok, valamint a kiegészítő anyag tárgyalását csak erősebb csoportban, kiegészítő anyagként javasoljuk.)

Az óra sorszáma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
38.	A térgeometria alkalmazásai	A gömbi geometria alapjai	Modellalkotás	Projektmunka a gömbről Hogyan jelenik meg a gömb a mindennapi életben? Hol jelenik meg a gömb a többi tantárgyban?
39.	<i>Összefoglalás, gyakorlás</i>			Gyakorlófeladatok megoldása önállóan vagy párban
40.	<i>4. dolgozat</i>			
IV. Rendszerező összefoglalás				
41.	Gondolkodási módszerek Halmazok	Halmazműveletek; végtelen halmazok	A megismert fogalmak rögzítése	Önálló munka
42.	Kombinatorika, gráfok, logika	Gondolkodási módszerek; a kombinatorika klasszikus leszámolási struktúrái	A megismert fogalmak rögzítése Lényeglátás, összefüggések keresése	Összefüggések megfogalmazása
43.	Kombinatorika, gráfok, logika	Egyszerű gráfelméleti feladatok (teljes gráf, fokszámtétel) Matematikai logika	Modellalkotás Összetett feladatok	Páros munka
44.	Számelmélet Számhalmazok, műveletek és tulajdonságaik	A számok osztályozása; műveleti szabályok	A megismert fogalmak rögzítése	Számelmélettel kapcsolatos feladatok megoldása önállóan vagy párban
45.	Számelméleti alapfogalmak, oszthatósági szabályok	Oszthatósági tételek, oszthatósági szabályok	Általánosítási készség fejlesztése Összetett oszthatósági szabályok alkalmazása	Oszthatósági szabályok megfogalmazása
46.	Számelméleti feladatok	Vegyes feladatok, egész értékű kifejezések, egyenletek	Lényeglátás, összefüggések keresése A megoldási módszerek áttekintése	Matematikatörténeti kalandozások

Az óra sorszáma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
47.	Algebra 1. Hatvány, gyök, logaritmus	Hatványozás kiterjesztése, gyökvonás, a logaritmus azonosságai	A megismert fogalmak rögzítése	Algebrai feladatok megoldása önállóan vagy párban
48.	Algebrai kifejezések, azonosságok	Azonosságok	Azonosságok rögzítése Általánosítási készség fejlesztése	Azonosságok megoldása önállóan vagy párban
49.	Algebrai kifejezések értelmezési tartományának, értékészletének vizsgálata	Speciális függvényvizsgálati módszerek	Figyelem, koncentráció Lényeglátás, összefüggések keresése	Függvényvizsgálati módszerek alkalmazása önállóan vagy párban
50.	Műveletek algebrai kifejezésekkel	Műveleti szabályok, azonosságok alkalmazása	A megismert azonosságok rögzítése	Játékos csapatverseny
51.	6. dolgozat			
52.	Algebra 2. Egyenletek megoldási módszerei	Speciális egyenletmegoldási módszerek	A megismert fogalmak rögzítése Egyenletmegoldó módszerek felelevenítése	Egyenletmegoldási módszerek alkalmazása önállóan vagy párban
53.	Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek	Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása	Számológép használata	Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása önállóan vagy párban
54.	Szöveges feladatok	Szöveges feladatok megoldási módszerei	Általánosítási készség fejlesztése Modellalkotás A megoldás formai követelményei	Szöveges feladatok megoldása önállóan vagy párban
55.	Másodfokú és másodfokúra visszavezethető egyenletek	Másodfokú egyenletek megoldóképlete, helyettesítés, gyökök vizsgálata	A megismert fogalmak rögzítése Lényeglátás, összefüggések keresése	Másodfokú egyenletek megoldása önállóan vagy párban
56.	Másodfokú egyenlőtlenségek	Másodfokú egyenlőtlenségek megoldása algebrai és grafikus módszerekkel	Egyenlőtlenségek megoldási módszerei Számológép használata	Másodfokú egyenlőtlenségek megoldása önállóan vagy párban

Az óra sorszáma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
57.	Szélsőérték-feladatok	Egyenlőtlenségek alkalmazása	Konkrét példák keresése, sejtések megfogalmazása Megoldási módszerek áttekintése	Megoldási módszerek alkalmazása önállóan vagy párban
58.	Szöveges feladatok	Szöveges feladatok megoldási módszerei	Általánosítási készség fejlesztése Modellalkotás	Szöveges feladatok megoldása önállóan vagy párban
59.	Első- és másodfokú egyenletrendszerek	Egyenletrendszerek megoldási módszerei	A megismert fogalmak rögzítése Figyelem, koncentráció	Játékos csapatverseny
60.	Négyzetgyökös egyenletek	Négyzetgyökös egyenletek (ekvivalens átalakítások, hamis gyök)	Egyenletmegoldó módszerek felelevenítése	Négyzetgyökös egyenletek megoldása önállóan vagy párban
61.	Exponenciális egyenletek	Exponenciális egyenletek (monotonitás)	Egyenletmegoldó módszerek felelevenítése Az exponenciális változás	Exponenciális egyenletek megoldása önállóan vagy párban
62.	Logaritmikus egyenletek	Logaritmikus egyenletek (monotonitás)	Egyenletmegoldó módszerek felelevenítése A logaritmikus változás	Logaritmikus egyenletek megoldása önállóan vagy párban
63.	Gyakorlati feladatok	Gyakorlati feladatok	Általánosítási készség fejlesztése Modellalkotás Lényeglátás, összefüggések keresése	Gyakorlati feladatok megoldása, a megoldás lépéseinek szóbeli megfogalmazása
64.	7. dolgozat			
65.	Geometria Geometriai alapfogalmak, pontthalmazok	Alapfogalmak, pontthalmazok	A megismert fogalmak rögzítése	Interaktív geometriai szoftver (pl. GeoGebra) alkalmazása
66.	A geometriai transzformációkról	A geometriai transzformációk áttekintése	A geometriai transzformációk kapcsolata a függvénytranszformációkkal	Interaktív geometriai szoftver (pl. GeoGebra) alkalmazása

Az óra sorszáma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
67.	Alakzatok egybevágósága	Alakzatok egybevágósága, kritériumok, szimmetria	A tanult anyag elmélyítése	Interaktív geometriai szoftver (pl. GeoGebra) alkalmazása
68.	Hasonlóság	Középpontos hasonlóság, kritériumok	A megismert fogalmak rögzítése	Interaktív geometriai szoftver (pl. GeoGebra) alkalmazása
69.	A háromszögekről	Nevezetes pontok, vonalak; derékszögű háromszög; egyszerű szögfüggvények	Az elemi geometria nevezetes tételei	Projektmunka szerkesztési feladattal
70.	Tételek, amelyek minden háromszögre érvényesek	Látószög-tétel, szinusztétel, koszinusztétel	Lényeglátás, összefüggések keresése	Interaktív geometriai szoftver (pl. GeoGebra) alkalmazása
71.	Négyszög, sokszög	A négyszögek, sokszögek jellemzői	Elemi geometriai feladatok	Interaktív geometriai szoftver (pl. GeoGebra) alkalmazása
72.	Kör és részei, ívhossz	Körgeometriai alapfogalmak; kör és egyenes	A megismert fogalmak felelevenítése	Körgeometriai alapfogalmak értelmezése párban
73.	Vektorok	Vektorműveletek, felbontási tétel (skaláris szorzat)	Vektorműveletek végzése	Vektorok alkalmazása a fizikában
74.	Trigonometria Trigonometriai ismeretek	Hegyesszögek szögfüggvényei	A megismert fogalmak rögzítése	Hegyesszögek szögfüggvényeire vonatkozó állítások megfogalmazása
75.	Trigonometriai ismeretek	Szögfüggvények	Szögfüggvények alkalmazása	Szögfüggvényekkel kapcsolatos feladatok megoldása önállóan vagy párban számológép használatával
76.	Koordináta-geometria Pont koordináta-geometriája	Derékszögű koordináta-rendszer. Felezőpont, súlypont, koordináták	A megismert fogalmak rögzítése	Interaktív geometriai szoftver (pl. GeoGebra) alkalmazása

Az óra sorszáma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
77.	Egyenes koordináta-geometriája	Egyenes koordináta-geometriai alakjai	Egyenes koordináta-geometriai alakjainak az értelmezése	Interaktív geometriai szoftver (pl. GeoGebra) alkalmazása
78.	Kör koordináta-geometriája	Illeszkedési feladatok (egyenes, kör)	Lényeglátás, összefüggések keresése Az elemi geometriai módszerek alkalmazása	Interaktív geometriai szoftver (pl. GeoGebra) alkalmazása
79.	8. dolgozat			
80.	Függvények Alapfogalmak. A lineáris függvény	Alapfogalmak; lineáris függvény; grafikon	A lineáris függvényekkel kapcsolatos fogalmak rögzítése	Interaktív geometriai szoftver (pl. GeoGebra) alkalmazása
81.	Számhalmazon értelmezett nem lineáris alapfüggvények és grafikonjaik	Függvények jellemzői	Grafikonok értelmezése	Interaktív geometriai szoftver (pl. GeoGebra) alkalmazása
82.	Függvénytranszformációk	Érték és változó transzformációja; függvény- és geometriai transzformációk	Az algebrai átalakítások szerepének értelmezése	Interaktív geometriai szoftver (pl. GeoGebra) alkalmazása
	Függvény abszolút értéke, összetett függvények jellemzése, ábrázolása	Összetett függvények grafikonja	Az algebrai átalakítások szerepének értelmezése	Interaktív geometriai szoftver (pl. GeoGebra) alkalmazása
83.	Gyakorlati feladatok	Függvények alkalmazása	Általánosítási készség fejlesztése Modellalkotás Lényeglátás, összefüggések keresése	Függvények ábrázolása, függvények értelmezése
84.	Statisztika; valószínűségszámítás Leíró statisztika, középértékek	Grafikus megjelenítés, középértékek Adatkezelés, osztályba sorolás, terjedelm. Az adatsokaság egyéb jellemzői	A megismert fogalmak rögzítése	Statisztikai feladatok végzése számológép használatával
85.	Valószínűségszámítási alapismeretek	Alapfogalmak; gyakoriság, relatív gyakoriság, az eseményalgebra alapjai	A megismert fogalmak felelevenítése Modellalkotás	Valószínűségszámítási feladatok megoldása közös munkával

Az óra sorszáma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
86.	Valószínűségszámítási fogalmak	Klasszikus valószínűségi modell, függetlenség	Modellalkotás	Valószínűségszámítási feladatok megoldása önállóan vagy párban
87.	Játékok elemzése		Modellek alkalmazása	Modellek megismerése önállóan vagy párban
88.	Várható érték	Várható érték (valószínűségi változó)	Absztrakciós készség fejlesztése	Várható értékek kiszámítása önállóan vagy párban
89.	Geometriai valószínűség	Geometriai valószínűségi modell	Modellalkotás	Modellek értelmezése önállóan vagy párban
90.	Gyakorlás		Szintetizálás	Gyakorlófeladatok megoldása önállóan vagy párban
91.	<i>9. dolgozat</i>			
92.	Gyakorló érettségi feladatsorok	Szintetizálás		Gyakorló érettségi feladatsorok megoldása önállóan vagy párban
93.	Gyakorló érettségi feladatsorok	Szintetizálás		Gyakorló érettségi feladatsorok megoldása önállóan vagy párban
94.	Gyakorló érettségi feladatsorok	Szintetizálás		Gyakorló érettségi feladatsorok megoldása önállóan vagy párban
95.	Gyakorló érettségi feladatsorok	Szintetizálás		Gyakorló érettségi feladatsorok megoldása önállóan vagy párban
96.	Gyakorló érettségi feladatsorok	Szintetizálás		Gyakorló érettségi feladatsorok megoldása önállóan vagy párban

Matematika 11.

OH-MAT11TB

Középszintű érettségire felkészítő foglalkozás
heti 2 óra

Tanmenetjavaslat

(az OH-MAT11TB tanmenetjavaslat adaptált változata)

Az óra sor-száma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
I. Hatvány, gyök, logaritmus				
1.	Vegyes algebrai feladatok – ismétlés		Ismétlés, újragondolás	Az új fogalmak előkészítése
2.	Egész kitevőjű hatványok, azonosságok	Algebrai műveletek, azonosságok – ismétlés	Ismétlés	Számolás betűs kifejezésekkel
3.	Az n-edik gyök és azonosságai	A hatványozás azonosságai	A megismert fogalom és azonosságok bevésése, használata Az n-edik gyök fogalmának ismerete és alkalmazása	A gyökvonás azonosságainak készségszintű használata
4.	Racionális kitevőjű hatvány, permanenciaelv	n-edik gyökvonás; a gyökvonás azonosságai	Általánosítási készség fejlesztése, új fogalmak, definíciók alkotása, elemzés Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén	A permanenciaelv fontosságának a megértése A permanenciaelv gyakorlati „kipróbálása” a definíció megadása előtt
5.	Gyakorlás	Azonosságok kiterjesztése, racionális kitevőjű hatványozás	Hatványozás azonosságainak alkalmazása racionális kitevő esetén	A tanult anyag elmélyítése Matematikatörténeti érdekességek (például déloszi probléma) feldolgozása projektmunkában
6.	Az exponenciális függvény		Általánosítási készség fejlesztése A hatványozás szemléletes értelmezése irracionális kitevő esetén Az exponenciális függvények ábrázolása hagyományosan és számítógéppel, a függvények tulajdonságai	Az exponenciális függvény értékének kiszámítása egész, racionális és irracionális kitevő esetén Különböző alapú exponenciális függvények ábrázolása milliméterpapíron, és a kapott grafikonok összehasonlítása csoportmunkában
7.	Exponenciális egyenletek	Exponenciális függvény, tulajdonságok (alaptól függő monotonitás)	Egyenletmegoldó módszerek megismerése	Az exponenciális függvény invertálhatóságának megértése
8.	Gyakorlás	Exponenciális alapegyenletek (azonos alap, különböző alap)		A tanult anyag elmélyítése
9.	A logaritmus fogalma	A logaritmus fogalma, 10-es alapú logaritmus	Új fogalmak megalkotása, megértése, használata A logaritmus értelmezése	A logaritmus fogalmának megértése, gyakorlás

Az óra sor-száma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
			Számológép használata logaritmus értékének meghatározásához	
10.	A logaritmusfüggvény	Inverz függvény	Az inverz függvény tulajdonságainak a megértése	Táblázatkészítés, a függvénytranszformációk gyakorlása
11.	A logaritmus azonosságai	Logaritmusfüggvény; logaritmusfüggvény tulajdonságai	Új összefüggések felfedezése Áttérés más alapú logaritmusra Számológép használata logaritmus értékének meghatározásához	A logaritmus és a hatványozás azonosságainak a kapcsolata 10-estől eltérő alapú logaritmus kiszámolása csak 10-es alapú logaritmus kiszámolására alkalmas számológéppel
12.	Logaritmusos egyenletek	Logaritmusos azonosságok	Figyelem, koncentráció	Az egyenletmegoldási módszerek gyakorlása, értelmezési tartomány szerepe, fontossága, azonos átalakítások, ellenőrzés szerepe
13.	Logaritmusos egyenletek	Logaritmusos egyenletek	Figyelem, koncentráció	Az egyenletmegoldási módszerek gyakorlása, értelmezési tartomány szerepe, fontossága, azonos átalakítások, ellenőrzés szerepe
14.	Gyakorlás	Logaritmusos egyenletek megoldási módszerei		A tanult anyag elmélyítése Nagy számok számjegyei számának meghatározása logaritmus segítségével
15.	Exponenciális növekedés a természetben és a társadalomban		Nagyságrendi viszonyok fontos szerepe Exponenciális folyamatok vizsgálata a természetben és a társadalomban Exponenciális egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése	Tanulói kiselőadás az exponenciálisan változó folyamatokról a természetben és a társadalomban Adatgyűjtés különböző forrásokból származó, exponenciális vagy közelítőleg annak tekinthető változókra csoportmunkában
16.	Exponenciálisan csökkenő mennyiségek	Gyakorlati alkalmazások (exponenciális, logaritmusfüggvény; folyamatok)	A gyakorlati (biológiai, fizikai, demográfiai, ökológiai) problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása	Gyakorlati, időben exponenciálisnak tekinthető változást mutató grafikonokra exponenciális függvény illesztése digitális eszköz segítségével és az illesztett függvény paramétereinek értelmezése

Az óra sor-száma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
17.	Pénzügyi számítások	Közelítő értékek; hiba, hibaterjedés Tanítását nem külön óra keretében, hanem folyamatosan, vissza-visszatérve javasoljuk.	A tudatos pénzügyi döntések megalapozása	Kiscsoportos foglalkozás, döntési helyzet kialakítása
18.	Összefoglalás		A kiválasztott modellben a probléma megoldása A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti probléma szövegébe visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve	
19.	Dolgozat			
II. Oszthatóság				
20.	A maradékos osztás, az oszthatóság fogalma, tulajdonságai	Oszthatóság	Új fogalmak kialakítása	Konkrét feladatok elemzése Oszthatósággal kapcsolatos „bűvésztükkök” bemutatása
21.	Oszthatósági szabályok		Egyszerű indoklások Összetett oszthatósági szabályok alkalmazása	A régi ismeretek felelevenítése
22.	Prímszámok, a számelmélet alaptétele	Prímek		Erasztothenészi szita készítése Tanulói kiselőadás számelméleti érdekességekről, például tökéletes számok és barátságos számpárok, prímszámok, jelenleg ismert legnagyobb prím, titkosítás
23.	Legnagyobb közös osztó, euklideszi algoritmus, legkisebb közös többszörös	LNKO, LKKT	A fogalmak megértése Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása a prímtényezős felbontásból	
24.	Gyakorlás		Műveletsorok magabiztos elvégzése Számolás osztási maradékokkal (például összeg, szorzat, hatvány maradéka)	Halmazábra elkészítése a számhalmazokról

Az óra sor-száma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
25.	Számrendszerek	Helyi érték	Számolás 10-estől különböző számrendszerben Számok felírása 10-estől különböző alapú számrendszerben	Tanulói kiselőadás a 10-estől különböző alapú számrendszerek használatáról a múltban és ennek mai napig tartó hatásairól
26.	Összefoglalás		Az egész számok, a véges tizedestörtek, a végtelen szakaszos tizedestörtek és a racionális számok kapcsolata	Számrendszerek segítségével megoldható rejtvények
27.	Dolgozat			
III. Vektorok				
28.	Vektorok szorzása számmal		A tanuló tudjon magabiztosan műveleteket végezni A vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor fogalmak ismerete, alkalmazása	Vektorműveletek elvégzése geometriai szerkesztéssel
29.	Egyértelmű vektorfelbontási tétel	Bázisvektor	A vektor fogalmának elmélyítése A vektorok összeadása, kivonása, szorzása valós számmal műveletek ismerete és alkalmazása Vektorok alkalmazása feladatok megoldásában	A tanult anyag átismétlése, a koordináta-rendszer újradefiniálása
30.	Vektorok a koordinátasíkon, helyvektorok	Egyértelmű vektorfelbontási tétel, a helyvektor és a pontkoordináták kapcsolata	A vektorműveletek tulajdonságainak tisztázása Pont és vektor megadása koordinátákkal a derékszögű koordináta-rendszerben Két pont távolságának, vektor abszolút értékének meghatározása koordináták alapján Vektorok összegének, különbségének, számszorosának koordinátái	Vektorok a koordináta-rendszerben, vektorműveletek koordinátákkal
31.	Felezőpont, súlypont, osztópont koordinátái (ismétlés)	Vektorok és koordináták (helyvektor; összeg- és különbségvektor, vektor számszorosa, vektor $\pm 90^\circ$ -os elforgatottja)	A tanult anyag elmélyítése Szakaszfelezőpont koordinátáinak meghatározása a végpontok koordinátái alapján	A tanult anyag átismétlése, számolás vektorkoordinátákkal
32.	A háromszög súlypontjába mutató vektor	Súlypont	Fogalomalkotás	Szerkesztés

Az óra sor-száma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
33.	Vektor elforgatása $\pm 90^\circ$ -kal.	Forgatás	A transzformáció algebrai alakja	Szerkesztés
34.	Összefoglalás			
35.	Dolgozat			
IV. Trigonometria				
36.	Hegyesszögek szögfüggvényei	A hasonlóság és a szögfüggvények kapcsolata	Általánosítás, egyszerű jelölések Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense Szögfüggvény értékének ismeretében a szög meghatározása számológép segítségével	Hegyesszögű szögfüggvény-definíciók: szinusz, koszinusz, tangens, kotangens
37.	Derékszögű háromszögek adatainak meghatározása	A számológép használata, pontosság, kerekítés, hibaszámítás	Fogalmak pontosítása, szögfüggvények készségi szintű használata Számítások derékszögű háromszögekben szögfüggvények segítségével gyakorlati helyzetekben	Tanulói kiselőadás a trigonometrikus ismeretek hétköznapi életben, munkában való felhasználhatóságáról, például: lakberendezés, ácsmunka, GPS működése
38.	Összefüggések a hegyesszögek szögfüggvényei között	A definíciók nyilvánvaló következményeinek tisztázása, a fogalmak bevésése	Új összefüggések keresése Összefüggések ismerete egy adott szög különböző szögfüggvényei között: pitagoraszai összefüggés, pótszögek és mellékszögek szögfüggvényei	Speciális hegyesszögek pontos értékei; pótszögek; trigonometriai alapegyenlet
39.	Háromszögek adatainak meghatározása	Gyakorlati problémák tanulmányozása	Számítások derékszögű háromszögekben szögfüggvények segítségével gyakorlati helyzetekben	Emelkedési, lehajlási szög; területképlet
	Gyakorlás		Háromszög területének kiszámítása két oldal és a közbezárt szög ismeretében	Az iskolában vagy annak környezetében kijelölt, tetszőleges háromszög, illetve négyszög alakú részek területének meghatározása csoportmunkában, távolságok és szögek mérése alapján

Az óra sor-száma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
40.	Síkbeli és térbeli számítások szögfüggvények segítségével	Szövegértés, térbeli viszonyok megjelenítése	Térszemlélet fejlesztése	Alkalmazások Épület magasságának meghatározása a látószög és távolságok mérésének segítségével csoportmunkában
41.	Tompaszögű háromszögek	A háromszög egyenlőtlenség általánosítása	Lényeglátás, többféle megközelítés	
42.	A koszinusztétel. a tompaszög koszinusza	Tompaszög szögfüggvényei	Általánosítás	
43.	A szinusz- és koszinusztétel alkalmazása	Szinusztétel, koszinusztétel	Gyakorlati problémák vizsgálata Szinusz- és koszinusztétel ismerete és alkalmazása A szinusztétel bizonyítása Számítások négyszögekben, sokszögekben szögfüggvények segítségével	Csoportmunka
44.	Összefoglalás			
45.	Dolgozat			
V. Koordinátageometria				
46.	Ismerkedés a koordinátageometriával	A koordináta-rendszer	Új fogalmak bevezetése	Geogebra használata Torpedójáték koordináta-rendszerben, Helymeghatározás térképen a szélességi és hosszúsági adatok segítségével

Az óra sor-száma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
47.	Az egyenes koordinátageometriája	Meredekség	Az elsőfokú függvény grafikonja és az egyenes mint pontthalmaz egyenlete közti kapcsolat Egyenes egyenlete $y = mx + b$ vagy $x = c$ alakban	Játék helyvektorokkal dinamikus geometriai szoftver használatával
48.	Két egyenes metszéspontja	Írányzög; iránytangens; az egyenes irányítányezős egyenlete	Az egyenletmegoldó technikák fejlesztése Az egyenesek egyenletének ismeretében egyenesek metszéspontjának koordinátái	Ponthalmazok metszete, uniója, egyenletrendszerek megoldásának gyakorlása „Oroszlánfogás”: lineáris egyenlőtlenségrendszer megoldása grafikusán, digitális eszköz segítségével
49.	Gyakorlás	Két egyenes metszéspontja		Gondolattérkép készítése a koordinátageometria kapcsolatainak bemutatására csoportos vagy egyéni munkaformában
50.	A párhuzamos és merőleges egyenesek	Párhuzamos és merőleges egyenesek; koordinátageometriai feltételek	Az elemi geometria és a koordinátageometria kapcsolatának megértése Egyenes meredekségének fogalma; egyenesek merőlegességének és párhuzamosságának megállapítása a meredekségek alapján	A szerkesztési lépések koordinátageometriai megfelelője
51.	A kör koordinátageometriája		A kör egyenletének megadása és alkalmazása a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében	Célba lövés: játék körökkel a koordináta-rendszerben
52.	Egyenes és kör kölcsönös helyzete	Egyenletrendszer megoldási módszerek	A koordinátageometria és a másodfokú egyenlet diszkriminánsának kapcsolata	Algebrai átalakításokban való jártasság fejlesztése
53.	Gyakorlás			
54.	Összefoglalás			
55.	Dolgozat			

VI. Kombinatorika, gráfok

Az óra sor-száma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
56.	Ismétlés		Precizitás, elemzés, közös tulajdonságok keresése Matematikai és hétköznapi helyzetekhez kötődő sorbarendezési és kiválasztási feladatok megoldása	A kombinatorikából tanult anyag átismétlése, rendezése Anagramma készítése a tanulók neveiből A pókerben előforduló lehetséges nyerő lapkombinációk számának meghatározása
57.	Binomiális együtthetők	A kombinatorika módszerei (leszámolások; skatulyaelv, invariáns mennyiségek, komplementer leszámolás módszere)	A fogalmi gondolkodás fejlesztése A binomiális együttható fogalmának ismerete, értékének kiszámítása	Az $\binom{n}{k}$ fogalmának pontos megértése, használata, Pascal-háromszög használata
58.	Modellalkotás gráfokkal	Tanítását nem külön óra keretében, hanem folyamatosan, vissza-visszatérve javasoljuk.	Struktúrák felismerése, lényeglátás, matematikai modellalkotás, a modell és a valóság kapcsolata A gráf csúcsainak fokszámösszege és éleinek száma közötti összefüggés ismerete és alkalmazása gyakorlati feladatok megoldásában	Konkrét problémák modellezése pontok, élek segítségével
59.	A gráfmodell alkalmazása; gráfok egyenlősége	Gráf; gráfok alkotóelemei; modellezés	Struktúrák felismerése, lényeglátás, matematikai modellalkotás, a modell és a valóság kapcsolata	A gráfok alapvető tulajdonságainak a felismerése
60.	Gráfok jellemzői	Gráfok tulajdonságai, egyenlősége; irányított gráf	Új tételek felfedezése, ellenőrzése konkrét esetekben, bizonyítás	A gráfokkal kapcsolatos egyszerű tételek bizonyítása
61.	Kombinatorikai és gráfelméleti alkalmazások	Kombinatorikai és gráfelméleti alkalmazások		A kombinatorikus geometria néhány egyszerű problémája
62.	Összefoglalás	Kombinatorikai és gráfelméleti alkalmazások		
63.	Dolgozat			
VII. Valószínűség-számítás, statisztika				

Az óra sor-száma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
64.	Bevezetés		Ismétlés, a tanult tananyag újrastrukturálása Konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza a tanuló	Ismétlés, a tanult anyag felidézése Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (pl. szabályos dobókockákkal, pénzérmével dobálás); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; becslés az egyes kimenetekre, illetve összetett események valószínűségére csoportmunkában
65.	Független események	Függetlenség	Új fogalom bevezetése Példák keresése független és nem független, illetve egymást kizáró eseményekre csoportmunkában	Gyakorlati problémák elemzése Példák keresése független és nem független, illetve egymást kizáró eseményekre csoportmunkában
66.	Binomiális eloszlás	Eloszlások	Közös tulajdonságok keresése A tanuló meghatározza a valószínűséget visszatevéses, illetve visszatevés nélküli mintavétel esetén	Konkrét feladatok a binomiális eloszlásra, általánosítás, számítógép-használat
67.	Statisztikai mintavétel (visszatevéssel vagy visszatevés nélkül)	Binomiális eloszlás; az eloszlás jellemzői, kapcsolat a hipergeometrikus eloszlással	Gyakorlati problémák matematikai modelljei	A két probléma kapcsolatának a tisztázása Orvosi tesztek eredményének esélyelemzése fagráf segítségével
68.	Miért fontos a várható nyeremény ismerete?	Várható nyeremény mint átlag	Intuitív fogalomalkotás	Számolási készség fejlesztése
69.	Statisztikai jellemzők (középértékek)	Átlag, módusz, medián	Fogalomalkotás A reprezentatív minta fogalmának szemléletes ismerete	Csoportmunka Példák reprezentatív és nem reprezentatív mintavételre
70.	Statisztikai jellemzők (a középértékek jósága)	Szórás, átlagos abszolút eltérés	Összetett fogalmak megértése Hétköznapi, társadalmi problémákhoz kapcsolódó statisztikai adatok tervszerű gyűjtése Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése kvartilisekkel, középértékekkel és szóródási mutatókkal	Számítógép-használat (Geogebra) Az interneten található, megbízható forrásból (pl. KSH honlapja) származó statisztikák értelmezése, elemzése, lehetséges következtetések megfogalmazása

Az óra sor-száma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
71.	Mennyi mindent tud a doboz (boks-plot) diagram? A kvartilisek kiszámítása különböző számítógépes programok alkalmazásával	A boks-plot diagram	Lényeglátás, problémák felvetése, a tanult anyag gyakorlati alkalmazása	Csoportmunka Különböző forrásból származó adathalmazok statisztikai elemzése, értékelése, ezekből valamilyen adott szempont alapján manipulatív és nem manipulatív diagram készítése
72.	Gyakorlás		Gyakorlati problémák elemzése Sodrófa (box-plot) diagram készítése, alkalmazása	Csoportmunka, boks-plot diagram készítése
73.	Összefoglalás	Statisztikai jelenségek; grafikonok elemzése, manipuláció	A kapott adatok értelmezése, értékelése, statisztikai következtetések Nagy adathalmazok kezelése táblázatkezelő programmal	
74.	Dolgozat			

Gyűjtemény
a Matematika emelt szintű oktatásához 11–12.
OH-MAT1112BE
11. évfolyam
Tanmenetjavaslat
(az OH-MAT1112BE tanmenetjavaslat adaptált változata heti
2 órára)

Az óra sorszáma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben/az érettségi követelményekben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
I. Hatvány, gyök, logaritmus				
1.	Racionális és irracionális számok	Irracionális számok	A megismert fogalom és azonosságok rögzítése Adott n ($n \in \mathbb{N}$) esetén annak az eldöntése, hogy $\sqrt[n]{n}$ irracionális szám-e Annak a bizonyítása, hogy $\sqrt{2}$ irracionális szám Tizedestört alakban megadott racionális szám közös nevezőre hozása	Műveletvégzés valós számok körében
2.	Az n -edik gyök és azonosságai	n -edik gyökvonás; a gyökvonás azonosságai	A megismert fogalom és azonosságok bevétele, használata Az n -edik gyök fogalmának ismerete és alkalmazása	A gyökvonás azonosságainak készség szintű használata
3.	Gyökös egyenletek, egyenlőtlenségek	Gyökös egyenletek, egyenlőtlenségek	Kikötés, ellenőrzés	Önálló munka
4.	Nevezetes egyenlőtlenségek, azonos egyenlőtlenségek Hatványközepek	Reciprok-egyenlőtlenség	Egyszerű négyzetgyökös, abszolútértékes, törtes, exponenciális, logaritmusos és trigonometrikus egyenlőtlenségek megoldása Két pozitív szám számított középértékeinek a kiszámítása (számtani, mértani, négyzetes, harmonikus), valamint a nagyságrendi viszonyaikra vonatkozó tételek kimondása	Önálló munka, pármunka
5.	Racionális kitevőjű hatvány, permanenciaelv	Azonosságok kiterjesztése, racionális kitevőjű hatványozás	Általánosítási készség fejlesztése, új fogalmak, definíciók alkotása, elemzés	A permanenciaelv fontosságának a megértése A permanenciaelv gyakorlati „kipróbálása” a definíció megadása előtt

Az óra sorszáma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben/az érettségi követelményekben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
	Irracionális kitevőjű hatvány		Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén Hatványozás azonosságainak alkalmazása racionális kitevő esetén	A tanult anyag elmélyítése Matematikatörténeti érdekességek (például Déloszi probléma) feldolgozása projektmunkában
6.	Az exponenciális függvény	Exponenciális függvény, tulajdonságok (alaptól függő monotonitás)	Általánosítási készség fejlesztése A hatványozás szemléletes értelmezése irracionális kitevő esetén Az exponenciális függvények ábrázolása hagyományosan és számítógéppel, a függvények tulajdonságai	Az exponenciális függvény értékének kiszámítása egész, racionális és irracionális kitevő esetén Különböző alapú exponenciális függvények ábrázolása milliméterpapíron, és a kapott grafikonok összehasonlítása csoportmunkában
7.	Exponenciális egyenletek	Exponenciális alapegyenletek (azonos alap, különböző alap)	Egyenletmegoldó módszerek megismerése	Az exponenciális függvény invertálhatóságának megértése
8.	Exponenciális egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek	Exponenciális egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek (a relációs jel kezelése)	Grafikonok értelmezése	Egyenlőtlenségek megoldása az exponenciális függvény grafikonjának segítségével Az egyenletrendszerek megoldási módszereinek felelevenítése, adaptálása az exponenciális egyenletrendszerekre
9.	A logaritmus fogalma	A logaritmus fogalma, 10-es alapú logaritmus	Új fogalmak megalkotása, megértése, használata A logaritmus értelmezése Számológép használata logaritmus értékének meghatározásához	A logaritmus fogalmának megértése, gyakorlás
10.	A logaritmusfüggvény	Inverz függvény, Logaritmusfüggvény; a logaritmusfüggvény tulajdonságai	Az inverz függvény tulajdonságainak a megértése	Táblázatkészítés, a függvény transzformációk gyakorlása
11.	A logaritmus azonosságai	Logaritmusos azonosságok	Összefüggések felfedezése Áttérés más alapú logaritmusra	A logaritmus és a hatványozás azonosságainak a kapcsolata

Az óra sorszáma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben/az érettségi követelményekben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
			Számológép használata logaritmus értékének meghatározásához	10-estől eltérő alapú logaritmus kiszámolása csak 10-es alapú logaritmus kiszámolására alkalmas számológéppel
12.	Logaritmusos egyenletek 1.	Logaritmusos egyenletek	Logaritmikus egyenletek megoldása	Az egyenletmegoldási módszerek gyakorlása, értelmezési tartomány szerepe, fontossága, azonos átalakítások, ellenőrzés szerepe
13.	Logaritmusos egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek	Logaritmusos egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek megoldási módszerei	Az algebrai és grafikus megoldás tanulmányozása Lényeglátás, összefüggések keresése	A logaritmus függvény monotonitásának felhasználása Az egyenletrendszerek megoldásáról tanultak adaptálása a logaritmusos egyenletrendszerekre, új ismeretlenek bevezetése
14.	Gyakorlati alkalmazások	Gyakorlati alkalmazások (exponenciális, logaritmus függvény; folyamatok)	Nagyságrendi viszonyok fontos szerepe – Exponenciális folyamatok vizsgálata a természetben és a társadalomban – A gyakorlati (biológiai, fizikai, demográfiai, ökológiai) problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása –	Tanulói kiselőadás az exponenciálisan változó folyamatokról a természetben és a társadalomban, Adatgyűjtés különböző forrásokból származó, exponenciális vagy közelítőleg annak tekinthető változókra csoportmunkában
15.	Pénzügyi számítások	Közelítő értékek; hiba, hibaterjedés	A tudatos pénzügyi döntések megalapozása	Kiscsoportos foglalkozás, döntési helyzet kialakítása (Tanítását nem külön óra keretében, hanem folyamatosan, vissza-visszatérve javasoljuk)
16.	Összefoglalás, rendszerezés			

Az óra sorszáma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben/az érettségi követelményekben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
17.	<i>Számonkérés</i>			
II. Oszthatóság				
18.	A maradékos osztás, az oszthatóság fogalma, tulajdonságai Oszthatósági szabályok	Oszthatóság, maradék	Oszthatósági szabályok megfogalmazása	Konkrét feladatok elemzése Oszthatósággal kapcsolatos „bűvésztrükkök” bemutatása
19.	Prímszámok, a számelmélet alaptétele	Prímszámok	A számelmélet alaptételének megfogalmazása Végtelen sok prímszám létezésének a bizonyítása	Eratoszthenészi szita készítése
20.	Legnagyobb közös osztó, euklideszi algoritmus, legkisebb közös többszörös Osztók száma, négyzetszámok	LNKO, LKKT Osztók száma, négyzetszámok	Prímtényezős felbontás Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása	Pármunka
21.	Számrendszerek	Helyiérték, számrendszerek	Számolás 10-estől különböző számrendszerben Számok felírása 10-estől különböző alapú számrendszerben Konverzió	Tanulói kiselőadás a 10-estől különböző alapú számrendszerek használatáról a múltban és ennek mai napig tartó hatásairól
22.	<i>Számonkérés</i>			
III. Vektorok				
23.	Egyértelmű vektorfelbontási tétel	Bázisvektor Egyértelmű vektorfelbontási tétel, a helyvektor és a pont koordináták kapcsolata	A vektor fogalmának elmélyítése	A tanult anyag átismétlése, a koordináta-rendszer újradefiniálása

Az óra sorszáma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben/az érettségi követelményekben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
			A vektorok összeadása, kivonása, szorzása valós számmal műveletek ismerete és alkalmazása Vektorok alkalmazása feladatok megoldásában	
24.	Vektorok a koordináta síkon, helyvektorok Vektorműveletek és koordináták		A vektorműveletek tulajdonságainak tisztázása Pont és vektor megadása koordinátákkal a derékszögű koordináta-rendszerben Két pont távolságának, vektor abszolút értékének meghatározása koordináták alapján	Vektorok a koordináta-rendszerben
25.	A háromszög súlypontjába mutató vektor	Háromszög súlypontja	Fogalomalkotás	Szerkesztés
IV. Trigonometria				
26.	Hegyesszögek szögfüggvényei	A hasonlóság és a szögfüggvények kapcsolata	Általánosítás, egyszerű jelölések Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense Szögfüggvény értékének ismeretében a szög meghatározása számológép segítségével	Hegyesszögű szögfüggvény definíciók megfogalmazása (szinusz, koszinusz, tangens, kotangens)
27.	Derékszögű háromszögek adatainak meghatározása	A számológép használata, pontosság, kerekítés, hibaszámítás	Fogalmak pontosítása, szögfüggvények készség szintű használata Számítások derékszögű háromszögekben szögfüggvények segítségével gyakorlati helyzetekben	Tanulói kiselőadás a trigonometrikus ismeretek hétköznapi életben, munkában való felhasználhatóságáról, például: lakberendezés, ácsmunka, GPS működése

Az óra sorszáma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben/az érettségi követelményekben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
28.	Összefüggések a hegyesszögek szögfüggvényei között	A definíciók nyilvánvaló következményeinek tisztázása, a fogalmak bevésése	Új összefüggések keresése Összefüggések ismerete egy adott szög különböző szögfüggvényei között: pitagoraszí-összefüggés, pótiszögek és mellékiszögek szögfüggvényei	Speciális hegyesszögek pontos értékei; pótiszögek; trigonometriai alapegyenlet
29.	Színusztétel, trigonometrikus területképlet	Színusztétel, trigonometrikus területképlet	A színusztétel bizonyítása	Páros munka
30.	A koszínusztétel; a tompaszög koszínusza	Tompaszög szögfüggvényei	Általánosítás	Önálló munka, pármunka
31.	A színusz- és koszínusztétel alkalmazása	Színusz tétel, koszínusz-tétel	Gyakorlati problémák vizsgálata Színusz- és koszínusztétel ismerete és alkalmazása Számítások négyszögekben, sokszögekben szögfüggvények segítségével	Csoportmunka
32.	Számonkérés			
V. Forgásszögek szögfüggvényei				
33.	Szögfüggvények általánosítása	Egységkör	Általánosítás	Fizikai példák tanulmányozása
34.	Speciális szögek szögfüggvényei	Ellentett, pót-, és kiegészítő szögek szögfüggvényei	Ismerje a szögfüggvények általános definícióját, és alkalmazza forgásszögekre a közép szinten szereplő összefüggéseket.	Definíciók megfogalmazása, összefüggések alkalmazása

Az óra sorszáma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben/az érettségi követelményekben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
35.	Szögfüggvények ábrázolása	Periódus	A függvényfogalom elmélyítése	Interaktív geometriai szoftver (pl. GeoGebra) használata
36.	Trigonometrikus egyenletek	Speciális megoldási módszerek (szorzattá alakítás, alapegyenlet alkalmazása)	A tanult módszerek adaptálása	Algebrai módszerek alkalmazása a trigonometrikus egyenletek megoldása során
37.	Addíciós tételek alkalmazása	Egyenletek, alkalmazások	Függvénytáblázat segítségével tudja alkalmazni egyszerű feladatokban az addíciós összefüggéseket ($\sin(\alpha+\beta)$, $\cos(\alpha+\beta)$, $\operatorname{tg}(\alpha+\beta)$, $\sin 2\alpha$, $\cos 2\alpha$, $\operatorname{tg} 2\alpha$)	Összefüggések alkalmazása
38.	Addíciós tételek alkalmazása			
39.	Összetett trigonometrikus függvények ábrázolása és jellemzésük	Összetett trigonometrikus függvények (transzformációk, ábrázolás, jellemzés)	Összetett függvények képzése a felsorolt függvényekből	Interaktív geometriai szoftver (pl. GeoGebra) használata
40.	Inverz függvények, összetett függvények	Inverz függvény, összetett függvény	Inverzfüggvény alkalmazása	Interaktív geometriai szoftver (pl. GeoGebra) használata
41.	Szélsőértékfeladatok	Szélsőértékek (végtelen vagy korlátos intervallumon)	Trigonometrikus egyenlőtlenségek megoldása	Önálló munka
42.	Trigonometrikus egyenletek	Speciális megoldási módszerek (egyenletrendszerre vezető helyettesítés, addíciós tételek)	A tanult módszerek adaptálása	Új ismeretlenek bevezetése, az alapegyenlet használata
43.	Trigonometrikus egyenlőtlenségek	Trigonometrikus egyenlőtlenségek addíciós tételekkel	Trigonometrikus egyenlőtlenségek megoldása	Csoportmunka
44.	Trigonometrikus egyenletrendszerek	Trigonometrikus egyenletrendszerek	A tanult módszerek adaptálása	Önálló munka

Az óra sorszáma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben/az érettségi követelményekben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
45.	Összefoglalás, rendszerezés			
46.	<i>Számonkérés</i>			
VI. Koordinátageometria				
47.	Az egyenes koordinátageometriája	Merekség Írányszög; iránytangens; az egyenes irányítványozós egyenlete	Az elsőfokú függvény grafikonja és az egyenes, mint pontthalmaz egyenlete közti kapcsolat megállapítása Egyenes egyenletének átalakítása $y = mx + b$ vagy $x = c$ alakba	Játék helyvektorokkal dinamikus geometriai szoftver használatával
48.	A párhuzamos és merőleges egyenesek	Párhuzamos és merőleges egyenesek; koordinátageometriai feltételek	Az elemi geometria és a koordinátageometria kapcsolatának megértése Egyenes merekségének fogalma; egyenesek merőlegességének és párhuzamosságának megállapítása a merekségek alapján	A szerkesztési lépések koordinátageometriai megfelelője
49.	A kör koordinátageometriája	Kör egyenlete	A kör egyenletének megadása és alkalmazása a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében	„Célba lövés”: játék körökkel a koordináta-rendszerben
50.	Egyenes és kör kölcsönös helyzete	Egyenletrendszer megoldási módszerei	A koordinátageometria és a másodfokú egyenlet diszkriminánsának kapcsolata	Algebrai átalakításokban való jártasság fejlesztése
51.	Érintők	Adott pontban húzott; külső pontból húzott; adott irányú érintők	Kör és egyenes metszéspontjának a meghatározása A kör adott pontjában húzott érintő egyenletének felírása	Interaktív geometriai szoftver (pl. GeoGebra) használata

Az óra sorszáma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben/az érettségi követelményekben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
52.	Két kör kölcsönös helyzete, érintkező körök	Kör egyenlete, másodfokú egyenletrendszer	???	Csoportmunka
53.	Ponthalmazok a koordinátasíkon (egyenlet, egyenlőtlenség, mértani hely)	Parabola	Az elemi geometria és a koordinátagéometria módszereinek megértése	Mértani hely keresése koordinátagéometriai eszközökkel
54.	A parabola egyenlete, parabola és egyenes kölcsönös helyzete	Fókusz, vezéregyenes, paraméter	A parabola $x^2=2py$ alakú egyenlet levezetése Az y tengellyel párhuzamos tengelyű parabolák egyenletének a meghatározása	Parabola egyenletének a meghatározása a grafikon alapján Grafikon készítése a parabola egyenlete alapján
55.	Összefoglalás, rendszerezés			
56.	<i>Számonkérés</i>			
VII. Skalárszorzás				
57.	Két vektor skaláris szorzata Skaláris szorzat koordinátákkal	Skaláris szorzat	Skaláris szorzat végzése, értelmezése A skaláris szorzat definíciójának az ismerete, tulajdonságainak a meghatározása	Fizikai példák vizsgálata
VIII. Kombinatorika, gráfok				
58.	Binomiális tétel, Pascal-háromszög	Kombinációk; binomiális együtthatók	A binomiális tétel alkalmazása A Pascal-háromszög és alapvető tulajdonságainak az alkalmazása	A Pascal-háromszög és tulajdonságai felfedeztetése például kéttagú összeg hatványaiban szereplő együtthatók segítségével

Az óra sorszáma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben/az érettségi követelményekben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
59.	Ismétléses kombináció	Ismétléses kombináció		Kiselőadás
60.	Állítások, tételek, bizonyítások	Bizonyítási módszerek, de Morgan azonosságok	Bizonyítási típusok ismerete Példák a direkt és indirekt bizonyításra, skatulyaelvre, teljes indukcióra A szükséges, az elégséges, és a szükséges és elégséges feltétel fogalmának helyes alkalmazása Tételek megfordítása konkrét esetekben	Önálló munka, pármunka
61.	Gráfok jellemzői	Gráfok tulajdonságai; irányított gráf Út, kör, fa, nem egyszerű gráfok	Új tételek felfedezése, ellenőrzése konkrét esetekben, bizonyítás	A gráfokkal kapcsolatos egyszerű tételek bizonyítása
IX. Valószínűség-számítás, statisztika				
62.	Feltételes valószínűség, független események	Feltételes valószínűség, független események	Új fogalom bevezetése Példák keresése független és nem független, illetve egymást kizáró eseményekre csoportmunkában	Gyakorlati problémák elemzése Példák keresése független és nem független, illetve egymást kizáró eseményekre csoportmunkában
63.	Binomiális eloszlás Hipergeometrikus eloszlás, speciális eloszlások	Eloszlások Hipergeometrikus eloszlás, speciális eloszlások (pl. geometriai)	Közös tulajdonságok keresése A valószínűség meghatározása visszatevéssel, illetve visszatevés nélküli mintavétel esetén A binomiális eloszlás értelmezése (visszatevéssel és a hipergeometrikus eloszlást (visszatevés nélküli modell) Valószínűségek kiszámítása	Konkrét feladatok a binomiális eloszlásra, általánosítás, számológép használat
64.	Statisztikai mintavétel (visszatevéssel vagy visszatevés nélkül)	Binomiális eloszlás; az eloszlás jellemzői, kapcsolat a hipergeometrikus eloszlással	Gyakorlati problémák matematikai modelljei	A két probléma kapcsolatának tisztázása

Az óra sorszáma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben/az érettségi követelményekben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
	Geometriai valószínűség			Orvosi tesztek eredményének esélyelemzése fagráf segítségével
65.	Valószínűségi változó, várható érték	Valószínűségi változó, várható érték	A függvénytulajdonság hangsúlyozása	Absztrakciós tevékenység fejlesztése
66.	Statisztikai jellemzők	Átlag, módusz medián Szórás, átlagos abszolút eltérés	Fogalomalkotás A reprezentatív minta fogalmának szemléletes ismerete	Csoportmunka Példák reprezentatív és nem reprezentatív mintavételre
67.	Box-plot diagram	Box-plot (sodrófa) diagram A kvartilisek kiszámítása különböző számítógépes programok alkalmazásával	Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése kvartilisekkel, középpértékekkel és szóródási mutatókkal	
68.	<i>Számonkérés</i>			
X. Év végi ismétlés				
69.	Év végi ismétlés		Szintetizálás	
70.	Év végi ismétlés		Szintetizálás	
71.	Év végi ismétlés		Szintetizálás	
72.	Év végi ismétlés		Szintetizálás	

Az óra sorszáma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben/az érettségi követelményekben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
73.	Év végi ismételés		Szintetizálás	
74.	Év végi ismételés		Szintetizálás	

Matematika 12.
OH-MAT12TB_K
Középszintű érettségire felkészítő foglalkozás
heti 2 óra
Tanmenetjavaslat
(az OH-MAT12TB tanmenetjavaslat adaptált változata)

Az óra sorszáma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
I. Gondolkodási módszerek				
1.	Vegyes feladatok		Vegyes feladatok Ismétlés, értelmezés	Az új fogalmak előkészítése
2.	A matematikai logika alkalmazásai 1.	Kétváltozós logikai műveletek	Logikai kifejezések megfelelő használata	A diákok mindennapi tapasztalataihoz köthető, összetett állítások logikai értékének meghatározása igazságtáblázat segítségével
3.	Kombinatorikai gyakorlófeladatok		Stratégiai és logikai játékok A pókerben előforduló lehetséges nyerő lapkombinációk számának meghatározása	Stratégiai játékok, például NIM játékok, táblás játékok Tudatos pénzügyi tervezést segítő játékok
4.	Vegyes feladatok a gráfok témaköréből		A gráf csúcsainak fokszámösszege és éleinek száma közötti összefüggés ismerete és alkalmazása gyakorlati feladatok megoldásában	Visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel konkrét lejátsszása, a tapasztalatok összegyűjtése
5.	<i>Összefoglalás, gyakorlás</i>	Szintetizálás		Gyakorlófeladatok megoldása egyéni- leg vagy párban
6.	<i>1. dolgozat</i>			
II. Sorozatok				
7.	A sorozat. Számsorozat fogalma	Alapfogalmak; sorozatok megadása	Számsorozat megadása képlettel, rekurzióval	Tanulói kiselőadás tartása nevezetes sorozatokról (például Fibonacci-sorozat)
8.	Számtani sorozat	Számtani sorozat jellemzői	Számtani sorozatok felírása, folytatása adott szabály szerint	Számtani sorozattal kapcsolatos feladatok megoldása önállóan vagy párban
9.	<i>Gyakorlás</i>			Gyakorlófeladatok megoldása önállóan vagy párban

Az óra sorszáma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
10.	Mértani sorozat	Mértani sorozat jellemzői, tagjainak megadása	Mértani sorozatok felírása, folytatása adott szabály szerint	Mértani sorozatok jellemzése közösen
11.	Vegyes feladatok	Számtani és mértani sorozatok	Számtani és mértani sorozatokra vonatkozó ismeretek alkalmazása gazdasági, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában	Számtani és mértani sorozatok megoldása önállóan vagy párban
12.	Kamatos kamat számítása	A kamatszámítás alapfogalmai Kamatos kamat számítása, jellemzői. Gyűjtőjáradék, törlesztőrészlet	Megtakarítási és kamatozási formák összehasonlítása Egyszerű kamat, kamatos kamat, gyűjtőjáradék és törlesztőrészlet-számítás	Valódi pénzügyi termékek kamatozási és egyéb feltételeinek összehasonlítása csoportmunkában internetes adatgyűjtés segítségével
13.	Gyakorlás	Infláció, pénzromlás Pénzügyi számítások	Megtakarítási, befektetési és hitelfelvételi lehetőségekkel és azok kockázati tényezőivel kapcsolatos feladatok megoldása	Pénzügyi feladatok megoldása önállóan vagy párban
14.	2. dolgozat			
III. Térgeometria				
15.	Térelemek hajlásszöge	Térbeli objektumok hajlásszögének a meghatározása; definíciók		
16.	Térelemek távolsága	Térbeli objektumok távolságának a meghatározása; definíciók	Térelemek kölcsönös helyzetének, távolságának és hajlásszögének ismerete, alkalmazása a feladatok megoldásában	Tapasztalatszerzés a gyakorlatban
17.	Sokszögek területe	Sokszögek területének a meghatározása; képletek		Gyakorlati példák a területszámításra
18.	A kör és részeinek területe	A kör és részei; területszámítás	Területszámítási módszerek alkalmazása	A kör területének kiszámítása közösen A körrel kapcsolatos egyéb területszámítási feladatok megoldása közösen

Az óra sorszáma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
19.	A felszín és a térfogat; a hasáb és a henger	Testek felszíne és térfogata; a hasáb jellemzői	A terület, térfogat, űrtartalom mértékegységeinek és ezek átváltási szabályainak ismerete Sűrűség mértékegységei közötti átváltás ismerete Sík- és térgeometriai feladatoknál a válasz megadása a megfelelő mértékegységben	Felszín és térfogat kiszámítása önállóan vagy párban
20.	<i>Összefoglalás, gyakorlás</i>	Szintetizálás		Összefoglaló feladatsor megoldása önállóan vagy párban
21.	<i>3. dolgozat</i>			
22.	A gúla és a kúp	Kúpszerű testek; kúpszerű testek térfogata és felszíne	A gúla, a kúp tulajdonságainak ismerete és alkalmazása a hétköznapi életben előforduló testekkel kapcsolatban A mindennapi életben előforduló gúla, kúp alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számítással	A Louvre bejárataként épített üvegpírmis földfelszín feletti térfogatának és az üvegfelület felszínének meghatározása (szükséges adatok gyűjtése az internetről)
23.	Hasonló síkidomok területének aránya; hasonló testek térfogatának aránya	A gúla alappal párhuzamos síkmetszetei	A hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása A hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása	Tapasztalatszerzés a gyakorlatban
24.	A csonkagúla és a csonkakúp	A csonkagúla és a csonkakúp felszíne és térfogata	A csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságainak ismerete és alkalmazása a hétköznapi életben előforduló testekkel kapcsolatban A mindennapi életben előforduló csonkagúla, csonkakúp alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számítással	Csonkagúla felszínének és térfogatának a számítása önállóan vagy pármunkában

Az óra sorszáma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
25.	A gömb	A gömb felszíne és térfogata	A mindennapi életben előforduló gömb alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számítással	A Föld felszínének és térfogatának közelítése földgömbmodellel méréssel és számolással, majd a kapott értékek összevetése a hivatalos adatokkal
26.	Összetett feladatok	Összetett feladatok; vetületi tétel (kiegészítő anyag)	Síkidomok forgatásával keletkező egyszerű, a mindennapi életben is előforduló testek felszínének és térfogatának kiszámítása	A mindennapi életben is előforduló testek felszínének és térfogatának kiszámítása önállóan vagy párban (A nehezebb feladatok, valamint a kiegészítő anyag tárgyalását csak erősebb csoportban, kiegészítő anyagként javasoljuk.)
27.	<i>Összefoglalás, gyakorlás</i>			Gyakorlófeladatok megoldása önállóan vagy párban
28.	<i>4. dolgozat</i>			
IV. Rendszerező összefoglalás				
29.	Gondolkodási módszerek Halmazok	Halmazműveletek; végtelen halmazok	A megismert fogalmak rögzítése	Önálló munka
30.	Kombinatorika, gráfok, logika	Gondolkodási módszerek; a kombinatorika klasszikus leszámolási struktúrái	A megismert fogalmak rögzítése Lényeglátás, összefüggések keresése	Összefüggések megfogalmazása
31.	Számelmélet Számhalmazok, műveletek és tulajdonságaik	A számok osztályozása; műveleti szabályok	A megismert fogalmak rögzítése	Számelmélettel kapcsolatos feladatok megoldása önállóan vagy párban
32.	Algebra 1. Hatvány, gyök, logaritmus	Hatványozás kiterjesztése, gyökvonás, a logaritmus azonosságai	A megismert fogalmak rögzítése	Algebrai feladatok megoldása önállóan vagy párban

Az óra sorszáma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
33.	Algebrai kifejezések, azonosságok	Azonosságok	Azonosságok rögzítése Általánosítási készség fejlesztése	Azonosságok megoldása önállóan vagy párban
34.	Algebrai kifejezések értelmezési tartományának, értékészletének vizsgálata	Speciális függvényvizsgálati módszerek	Figyelem, koncentráció Lényeglátás, összefüggések keresése	Függvényvizsgálati módszerek alkalmazása önállóan vagy párban
35.	Műveletek algebrai kifejezésekkel	Műveleti szabályok, azonosságok alkalmazása	A megismert azonosságok rögzítése	Játékos csapatverseny
36.	6. dolgozat			
37.	Algebra 2. Egyenletek megoldási módszerei	Speciális egyenletmegoldási módszerek	A megismert fogalmak rögzítése Egyenletmegoldó módszerek felelevenítése	Egyenletmegoldási módszerek alkalmazása önállóan vagy párban
38.	Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek	Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása	Számológép használata	Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása önállóan vagy párban
39.	Másodfokú és másodfokúra visszavezethető egyenletek	Másodfokú egyenletek megoldóképlete, helyettesítés, gyökök vizsgálata	A megismert fogalmak rögzítése Lényeglátás, összefüggések keresése	Másodfokú egyenletek megoldása önállóan vagy párban
40.	Másodfokú egyenlőtlenségek	Másodfokú egyenlőtlenségek megoldása algebrai és grafikus módszerekkel	Egyenlőtlenségek megoldási módszerei Számológép használata	Másodfokú egyenlőtlenségek megoldása önállóan vagy párban
41.	Első- és másodfokú egyenletrendszerek	Egyenletrendszerek megoldási módszerei	A megismert fogalmak rögzítése Figyelem, koncentráció	Játékos csapatverseny
42.	Négyzetgyökös egyenletek	Négyzetgyökös egyenletek (ekvivalens átalakítások, hamis gyök)	Egyenletmegoldó módszerek felelevenítése	Négyzetgyökös egyenletek megoldása önállóan vagy párban

Az óra sorszáma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
43.	Exponenciális egyenletek	Exponenciális egyenletek (monotonitás)	Egyenletmegoldó módszerek felelevenítése Az exponenciális változás	Exponenciális egyenletek megoldása önállóan vagy párban
44.	7. dolgozat			
45.	Geometria Alakzatok egybevágósága	Alakzatok egybevágósága, kritériumok, szimmetria	A tanult anyag elmélyítése	Interaktív geometriai szoftver (pl. GeoGebra) alkalmazása
46.	Hasonlóság	Középpontos hasonlóság, kritériumok	A megismert fogalmak rögzítése	Interaktív geometriai szoftver (pl. GeoGebra) alkalmazása
47.	A háromszögekről	Nevezetes pontok, vonalak; derékszögű háromszög; egyszerű szögfüggvények	Az elemi geometria nevezetes tételei	Projektmunka szerkesztési feladattal
48.	Kör és részei, ívhossz	Körgeometriai alapfogalmak; kör és egyenes	A megismert fogalmak felelevenítése	Körgeometriai alapfogalmak értelmezése párban
49.	Vektorok	Vektorműveletek, felbontási tétel (skaláris szorzat)	Vektorműveletek végzése	Vektorok alkalmazása a fizikában
50.	Trigonometria Trigonometriai ismeretek	Hegyesszögek szögfüggvényei	A megismert fogalmak rögzítése	Hegyesszögek szögfüggvényeire vonatkozó állítások megfogalmazása
51.	Koordináta-geometria Egyenes koordináta-geometriája	Egyenes koordináta-geometriai alakjai	Egyenes koordináta-geometriai alakjainak az értelmezése	Interaktív geometriai szoftver (pl. GeoGebra) alkalmazása
52.	Kör koordináta-geometriája	Illeszkedési feladatok (egyenes, kör)	Lényeglátás, összefüggések keresése Az elemi geometriai módszerek alkalmazása	Interaktív geometriai szoftver (pl. GeoGebra) alkalmazása

Az óra sorszáma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
53.	8. dolgozat			
54.	Függvények Alapfogalmak. A lineáris függvény	Alapfogalmak; lineáris függvény; grafikon	A lineáris függvényekkel kapcsolatos fogalmak rögzítése	Interaktív geometriai szoftver (pl. GeoGebra) alkalmazása
55.	Számhalmazon értelmezett nem lineáris alapfüggvények és grafikonjaik	Függvények jellemzői	Grafikonok értelmezése	Interaktív geometriai szoftver (pl. GeoGebra) alkalmazása
56.	Statisztika; valószínűségyszámítás Leíró statisztika, középértékek	Grafikus megjelenítés, középértékek Adatkezelés, osztályba sorolás, terjedelm. Az adatsokaság egyéb jellemzői	A megismert fogalmak rögzítése	Statisztikai feladatok végzése számológép használatával
57.	Valószínűségyszámítási alapismeretek	Alapfogalmak; gyakoriság, relatív gyakoriság, az eseményalgebra alapjai	A megismert fogalmak felelevenítése Modellalkotás	Valószínűségyszámítási feladatok megoldása közös munkával
58.	Várható érték	Várható érték (valószínűségi változó)	Absztrakciós készség fejlesztése	Várható értékek kiszámítása önállóan vagy párban
59.	Geometriai valószínűség	Geometriai valószínűségi modell	Modellalkotás	Modellek értelmezése önállóan vagy párban
60.	9. dolgozat			
61.	Gyakorló érettségi feladatsorok	Szintetizálás		Gyakorló érettségi feladatsorok megoldása önállóan vagy párban
62.	Gyakorló érettségi feladatsorok	Szintetizálás		Gyakorló érettségi feladatsorok megoldása önállóan vagy párban
63.	Gyakorló érettségi feladatsorok	Szintetizálás		Gyakorló érettségi feladatsorok megoldása önállóan vagy párban
64.	Gyakorló érettségi feladatsorok	Szintetizálás		Gyakorló érettségi feladatsorok megoldása önállóan vagy párban

Gyűjtemény
a Matematika emelt szintű oktatásához 11–12.
OH-MAT1112BE
12. évfolyam
Tanmenetjavaslat
(az OH-MAT1112BE tanmenetjavaslat adaptált változata heti
2 órára)

Az óra sorszáma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
I. Kombinatorika, gráfok, gondolkodási módszerek				
1.	Ítéletek. Logikai műveletek	A logika alapjai Ítélet, állítás, tagadás Konjunkció, diszjunkció	Logikai kifejezések megfelelő használata	A diákok mindennapi tapasztalataihoz köthető, összetett állítások logikai értékének meghatározása igazságtáblázat segítségével
2.	Kétváltozós logikai műveletek	Ekvivalencia, implikáció		Rejtvényűjságokban szereplő feladványok megfejtése következtetések láncolatán keresztül
3.	A matematikai logika alkalmazásai	A halmazelméleti és logikai ismeretek kapcsolata	A halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatok bemutatása példákon keresztül	Halmazokkal szemléltethető logikai feladatok megoldása önállóan vagy párban
4.	Következtetési szabályok	A leggyakoribb következtetési szabályok	Direkt és indirekt bizonyítás, skatulyaelv, teljes indukció	Feladatok megoldása önállóan vagy párban
5.	Vegyes feladatok a gráfok témaköréből	Fokszámítétel, teljes gráf éleinek száma	A gráf csúcsainak fokszámösszege és éleinek száma közötti összefüggés ismerete és alkalmazása gyakorlati feladatok megoldásában	Visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel konkrét lejátsszása, a tapasztalatok összegyűjtése (gráfmodell)
6.	Gráfok; izomorfia	Nem egyszerű gráfok; séta, út, kör, fa, izomorf gráfok	Többszörös él, hurokél, körséta összefüggő gráf, komplementer gráf.	Gráfokkal kapcsolatos feladatok megoldása önállóan vagy párban
7.	Végtelen halmazok	Számosság	Véges, megszámlálhatóan végtelen és nem megszámlálhatóan végtelen halmazok	Halmazokkal kapcsolatos feladatok megoldása önállóan vagy párban

Az óra sorszáma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
8.	Számonkérés			
II. Sorozatok				
9.	A sorozat. Számsorozat fogalma	Alapfogalmak; sorozatok megadása	Számsorozat megadása képlettel, rekurzióval	Tanulói kiselőadás tartása nevezetes sorozatokról (pl. Fibonacci-sorozat)
10.	Sorozatok jellemzése	Növekedés, csökkenés, korlátosság, periodicitás	Sorozatok jellemzése	Sorozatok jellemzése önállóan, a megoldások ellenőrzése pármunkában
11.	Teljes indukció	Teljes indukció, alkalmazási lehetőségek	Teljes indukció alkalmazása	Önálló munka Csoportmunka
12.	Számtani sorozat	Számtani sorozat jellemzői	Számtani sorozatok felírása, folytatása adott szabály szerint	Számtani sorozatokkal kapcsolatos feladatok megoldása önállóan vagy párban
13.	Számtani sorozat	Számtani sorozat szomszédos elemeinek összege	Számtani sorozat, az n -edik tag, az első n tag összege A képlet bizonyítása	Az első 100 pozitív természetes szám összegének meghatározása a „kis” Gauss módszerével
14.	Mértani sorozat	Mértani sorozat jellemzői, tagjainak megadása	Mértani sorozatok felírása, folytatása adott szabály szerint	Mértani sorozatokkal kapcsolatos feladatok megoldása önállóan vagy párban
15.	A mértani sorozat első n elemének összege	Mértani sorozat szomszédos elemeinek összege	Mértani sorozat, az n -edik tag, az első n tag összege A képlet bizonyítása	A sakktáblára elhelyezett, mezőről mezőre kétszeres számú búzaszemek kérdésének bemutatása
16.	Vegyes feladatok	Számtani és mértani sorozatok	Számtani és mértani sorozatokra vonatkozó ismeretek alkalmazása gazdasági, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában	Számtani és mértani sorozatokkal kapcsolatos feladatok megoldása önállóan vagy párban
17.	Végtelen mértani sor	Végtelen mértani sor; a sor összege		Végtelen mértani sorral kapcsolatos feladatok megoldása
18.	Kamatos kamat számítása	A kamatszámítás alapfogalmai Kamatos kamat számítása, jellemzői Gyűjtőjáradék, törlesztőrészlet	Megtakarítási és kamatozási formák, ezek összehasonlítása Egyszerű kamat, kamatoskamattal, gyűjtőjáradék és törlesztőrészlet számítás	Valódi pénzügyi termékek kamatozási és egyéb feltételeinek összehasonlítása csoportmunkában internetes adatgyűjtés segítségével

Az óra sorszáma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
19.	Rekurzív sorozatok	Explicit és rekurzív alakok	Ismerje a számsorozat fogalmát és használja a különböző megadási módjait (utasítás, képlet, rekurzív definíció)	Következtetés a konkrétból az általánosra
20.	Sorozat határértéke	Sorozat határértéke	Tudjon sorozatot jellemezni (korlátosság, monotonitás) Ismerje a konvergencia szemléletes fogalmát, valamint ismerje és alkalmazza egyszerű sorozatokban a konvergens sorozat definícióját	Számológép használata
21.	Műveletek konvergens sorozatokkal	Műveletek és konvergencia	Egyszerű sorozatokban a konvergens sorozatok összegének, különbségének, szorzatának és hányadosának határértékére vonatkozó tételek alkalmazása	Példa bemutatása, értelmezése
22.	Monoton és korlátos sorozatok	Monotonitás és korlátosság kapcsolata	Tételek megfogalmazása	Számológép használata
23.	Alkalmazások	Alkalmazások, gyakorlati feladatok	Gyakorlati feladatok megoldása	Önálló munka
24.	<i>Számonkérés</i>			
III. Differenciálszámítás				
25.	Függvények folytonossága	A folytonosság szemléletes definíciója	A folytonosság szemléletes fogalmának az ismerete	Definíciók kimondása, értelmezése Interaktív geometriai szoftver (pl. GeoGebra) használata
26.	Műveletek folytonos függvényekkel	Folytonosság és műveletek	Folytonos függvényekkel végzett műveletek értelmezése	Definíciók kimondása, értelmezése Interaktív geometriai szoftver (pl. GeoGebra) használata
27.	Függvény határértéke	Függvény határértéke véges helyen	Függvények határértékére vonatkozó állítások megfogalmazása, értelmezése	Definíciók kimondása, értelmezése

Az óra sorszáma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
				Interaktív geometriai szoftver (pl. GeoGebra) használata
28.	Függvény határértéke a végtelenben	Függvény határértéke végtelenben	A végesben vett véges, a végtelenben vett véges és a tágabb értelemben vett határérték szemléletes fogalmának az ismerete	Definíciók kimondása, értelmezése Interaktív geometriai szoftver (pl. GeoGebra) használata
29.	A deriváltfüggvény	Differencia Differenciálhányados	A differencia- és differenciálhányados definíciójának az értelmezése	Csoportos feladatmegoldás, közös értelmezés
30.	Összeg, különbség deriváltja	Összeg deriváltja Különbség deriváltja	Összeg, különbség deriváltjának a levezetése	Csoportos értelmezés Csoportos feladatmegoldás, közös értelmezés
31.	Szorzat, hányados deriváltja	Szorzat deriváltja Hányados deriváltja	A konstansszoros, a szorzat- és a hányadosfüggvény deriválási szabályainak az alkalmazása	Csoportos feladatmegoldás, közös értelmezés
32.	Hatványfüggvény, gyök-függvény deriváltja	Hatványfüggvény deriváltja Gyökfüggvény deriváltja	$(x^n)' = nx^{n-1}$ ($n \in \mathbb{N}$ esetén) bizonyítása	Csoportos feladatmegoldás, közös értelmezés
33.	A trigonometrikus függvények deriváltja	Trigonometrikus függvények deriváltja	A trigonometrikus függvények deriválásának az ismerete	Csoportos feladatmegoldás, közös értelmezés
34.	Az összetett függvények deriváltja	Összetett függvény deriváltja	Az összetett függvény deriválási szabályának az alkalmazása egyszerű esetekben	Csoportos feladatmegoldás, közös értelmezés
35.	Deriválható függvények menetének vizsgálata	Függvényvizsgálat	Függvények deriválása	Feladatok megoldása önállóan, pármunkában vagy csoportosan
36.	Szélsőértékfeladatok megoldása deriválással	Függvények szélsőértéke	A differenciálszámítás alkalmazása érintő egyenletének felírására, szélsőérték-feladatok megoldására és polinomfüggvények vizsgálatára (monotonitás, szélsőérték, konvexitás)	Feladatok megoldása önállóan, pármunkában vagy csoportosan
37.	<i>Számonkérés</i>			

Az óra sorszáma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
IV. Térgeometria				
38.	Tételek hajlásszöge és távolsága	Térbeli objektumok távolságának a meghatározása; definíciók	Tételek kölcsönös helyzetének, távolságának és hajlásszögének ismerete, alkalmazása feladatmegoldásban	Tapasztalatszerzés a gyakorlatban
39.	Sokszögek területe	Sokszögek területe; képletek	Sokszögek területének a meghatározása	Területszámítással kapcsolatos példák megoldása
40.	A kör és részeinek területe	A kör és részei; területszámítás	Kör területének a kiszámítása	Kör és részei területének a kiszámítása önállóan
41.	A felszín és a térfogat; a hasáb és a henger	Testek felszíne és térfogata; a hasáb jellemzői A henger jellemzői; elnevezések	A hasáb, a henger tulajdonságainak ismerete és alkalmazása a hétköznapi életben előforduló testekkel kapcsolatban A mindennapi életben előforduló hasáb, henger alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számítással	Hétköznapi tárgyak (üdítődoboz, vizesflakon, tejfölösdoboz stb.) térfogatának megállapítása méréssel, a kapott eredmény összehasonlítása a tárgyon szereplő értékkel
42.	A gúla és a kúp	Kúpszerű testek; kúpszerű testek térfogata és felszíne	A gúla, a kúp tulajdonságainak ismerete és alkalmazása a hétköznapi életben előforduló testekkel kapcsolatban A mindennapi életben előforduló gúla, kúp alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számítással	A Louvre bejáratként épített üvegpiramis földfelszín feletti térfogatának és az üvegfelület felszínének meghatározása (szükséges adatok gyűjtése az internetről)
43.	Hasonló síkidomok területének aránya; hasonló testek térfogatának aránya	A gúla alappal párhuzamos síkmetszetei	A hasonló síkidomok területének és területének arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása A hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása	Tapasztalatszerzés a gyakorlatban
44.	A csonkagúla és a csonkakúp	A csonkagúla és a csonkakúp felszíne és térfogata	A csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságainak ismerete és alkalmazása a hétköznapi életben előforduló testekkel kapcsolatban	Felszín és térfogatszámítással kapcsolatos feladatok megoldása egyénileg vagy párban

Az óra sorszáma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
			A mindennapi életben előforduló csonkakúp, csonkakúp alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számítással	
45.	A gömb	A gömb jellemzői; síkmet-szetek, a gömb felszíne és térfogata	A gömb tulajdonságainak ismerete és alkalmazása a hétköznapi életben előforduló testekkel kapcsolatban	Különböző méretű, megközelítőleg gömb alakú gyümölcsök térfogatának és felszínének becslése, a becslés ellenőrzése méréssel
46.	Alakzatokba írt alakzatok		Szélsőértékfeladatok megoldása elemi úton vagy deriválással	Annak becslése csoportmunkában, hogy a teret milyen arányban tudjuk kitölteni egybevágó érintkező gömbökkel különböző elrendezések esetén
47.	<i>Számonkérés</i>			
V. Integrálszámítás				
48.	A terület általános fogalma	Terület (ismétlés, újragondolás)		Területszámítással kapcsolatos feladatok megoldása önállóan vagy párban
49.	Egyszerű hatványfüggvények és az x tengely által közbezárt terület	Közbezárt terület		A függvény görbéje és az x tengely által közbezárt terület kiszámítása önállóan vagy párban
50.	A határozott integrál fogalma és tulajdonságai	Határozott integrál		Határozott integrál számításával kapcsolatos feladatok megoldása önállóan vagy párban
51.	A területfüggvény, Newton–Leibniz tétele, a primitív függvény (határozatlan integrál)	Területfüggvény; Newton–Leibniz-tétel; primitív függvény, határozatlan integrál		Feladatok megoldása önállóan vagy párban
52.	Egyszerűbb függvények primitív függvénye		Polinomfüggvények, szinusz- és koszinusz-függvények grafikonja alatti terület kiszámítása	Feladatok megoldása önállóan vagy párban

Az óra sorszáma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
53.	Több függvénygörbe által közbezárt tartomány területe	Adott függvény és az x tengely közötti terület kiszámítása		Területszámítási feladatok megoldása önállóan vagy párban
54.	<i>Számonkérés</i>			
VI. Statisztika, valószínűségyszámítás				
55.	Binomiális eloszlás	Binomiális eloszlás; az eloszlás jellemzői		Feladatok megoldása önállóan vagy párban
56.	Statisztikai mintavétel (visszatevéssel vagy visszatevés nélkül)	Statisztikai mintavétel visszatevéssel, illetve visszatevés nélkül		Önálló munka
57.	Hipergeometrikus eloszlás, speciális eloszlások Geometriai valószínűség	Hipergeometrikus eloszlás, speciális eloszlások (pl. geometriai)		Feladatok megoldása önállóan vagy párban
58.	Feltételes valószínűség	Feltételes valószínűség		Feladatok megoldása önállóan vagy párban
59.	Független események	Független események		Feladatok megoldása önállóan vagy párban
60.	Valószínűségi változó várható értéke	Várható érték	Absztrakciós készség fejlesztése	Egyéni munka
61.	<i>Számonkérés</i>			
VII. Rendszerező összefoglalás				

Az óra sorszáma	Az óra témája	Új fogalmak	A kerettantervben megjelölt fejlesztési feladatok, ismeretek, tanulási eredmények	Javasolt tevékenységek, munkaformák
62.	Gyakorló érettségi feladatsorok	Szintetizálás		Gyakorló érettségi feladatsorok megoldása önállóan vagy párban
63.	Gyakorló érettségi feladatsorok	Szintetizálás		Gyakorló érettségi feladatsorok megoldása önállóan vagy párban
64.	Gyakorló érettségi feladatsorok	Szintetizálás		Gyakorló érettségi feladatsorok megoldása önállóan vagy párban